Mecânica dos Fluidos

Introdução
Definição de Fluido
Propriedades

Capítulo 1

1.1- Introdução - Aplicações

Mecânica dos fluidos é a ciência que tem por objetivo o estudo do comportamento físico dos fluidos e das leis que regem este comportamento.

Aplicações:

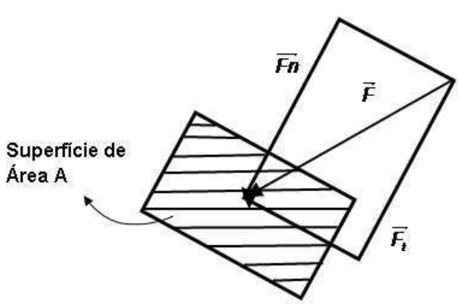
- ✓ Ação de fluidos sobre superfícies submersas. Ex.: barragens.
- ✓ Equilíbrio de corpos flutuantes. Ex.: embarcações.
- ✓ Ação do vento sobre construções civis.
- ✓ Estudos de lubrificação.
- ✓ Transporte de sólidos por via pneumática ou hidráulica. Ex.: elevadores hidráulicos.
- ✓ Cálculo de instalações hidráulicas. Ex.: instalação de recalque.
- ✓ Cálculo de máquinas hidráulicas. Ex.: bombas e turbinas.
- ✓ Instalações de vapor. Ex.: caldeiras.
- ✓ Ação de fluidos sobre veículos (Aerodinâmica).

1.2- Definição de fluido

Fluido é uma substância que não tem forma própria, e que, se estiver em repouso, não resiste a tensões de cisalhamento.

Classificação - Líquidos:
→ admitem superfície livre
→ são incompressíveis
→ indilatáveis

Gases:
→ não admitem superfície livre
→ compressíveis
→ dilatáveis



Pressão (p)

$$\boxed{p = \frac{Fn}{A}}$$

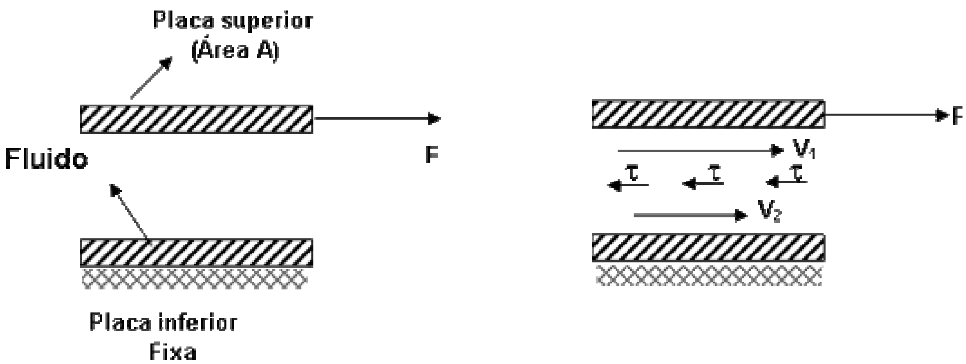
Tensão de cisalhamento (τ)

$$\boxed{\tau = \frac{Ft}{A}}$$

1.3- Viscosidade absoluta ou dinâmica (μ)

<u>Princípio da aderência:</u>

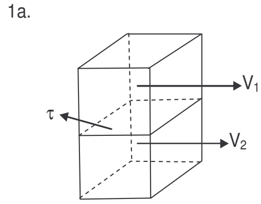
As partículas fluidas junto ás superfícies sólidas adquirem as velocidades dos pontos das superfícies com as quais estão em contato.

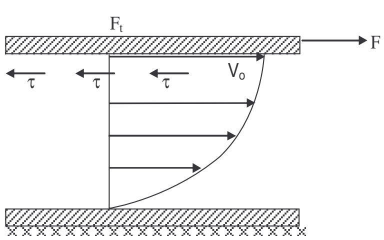


Junto à <u>placa superior</u> as partículas do fluido têm velocidade diferente de zero.

Junto à <u>placa inferior</u> as partículas têm velocidade nula.

1a.



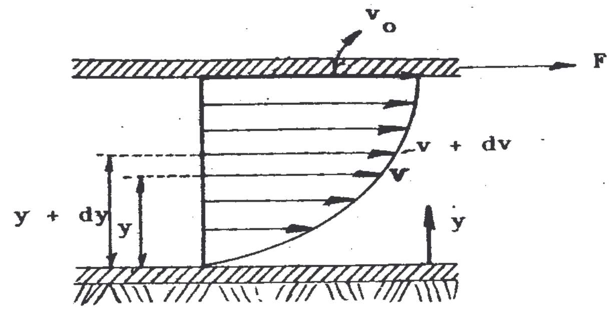


Entre as partículas de cima e as de baixo existirá atrito, que por ser uma força tangencial formará tensões de cisalhamento, com sentido contrário ao do movimento, como a força de atrito.

As tensões de cisalhamento agirão em todas as camadas fluidas e evidentemente naquela junto à placa superior dando origem a uma força oposta ao movimento da placa superior.

$$\tau = \frac{Ft}{A} \Rightarrow Ft = \tau . A$$

Quando $\boxed{Ft = F}$ a placa superior adquirirá movimento uniforme, com velocidade constante v_o.



Lei de Newton:

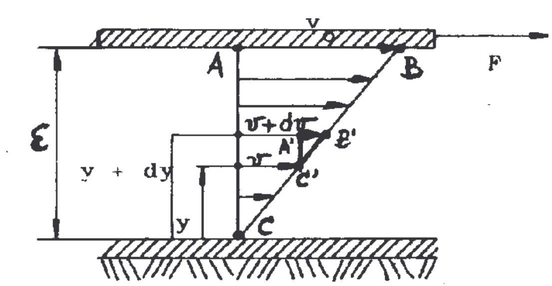
A tensão de cisalhamento τ é proporcional ao gradiente de velocidade dv/dy.
O coeficiente de proporcionalidade μ: viscosidade absoluta ou dinâmica.

$$\therefore \boxed{\tau = \mu \frac{dv}{dy}}$$

Fluidos Newtonianos: os que seguem a Lei de Newton.

Simplificação prática:

Como ε é muito pequeno, na prática admite-se distribuição linear de velocidades, segundo a normal às placas.



$$\Delta \, ABC \sim \Delta \, A'B'C'$$

$$\frac{A'B'}{A'C'} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{dv}{dy} = \frac{V_0}{\varepsilon} = cte.}$$

$$\text{Mas}: \tau = \mu \frac{dv}{dy}$$

$$\therefore \boxed{\tau = \mu \frac{V_0}{\varepsilon} = cte.}$$

Unidade de μ:

$$\tau = \mu \frac{\mathrm{V}_0}{\varepsilon} \Rightarrow \mu = \tau \frac{\varepsilon}{\mathrm{V}_0} \Rightarrow \mu = \frac{Ft}{A}.\frac{\varepsilon}{V_0}$$

$$[\mu] = \frac{F}{L_2}, \frac{L}{L/T} \Rightarrow [\mu] = \frac{F.T}{L^2}$$

$$MK*S : [\mu] = kgf.s/m^2$$

$$M.K.S.: [\mu] = N.s/m^2 \quad = \mathrm{P_a} \cdot s(S.I.).\ \mathrm{Obs:}\ \mathrm{P_a} = N/m^2$$

$$C.G.S.: [\mu] = d.s/cm^2 \ ="Poise"$$

$$1\ \mathrm{centiPoise\,(cP)} = \ 0{,}01\ \mathrm{Poise\,(P)}$$

1.4- <u>Massa específica</u> (ρ)

$$\boxed{\rho = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{V}}}$$

m = massa
V = volume

Unidades:

$$\rho = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{V}} = \frac{\frac{F}{a}}{V} = \frac{F}{aV} \Rightarrow [\rho] = \frac{F}{\frac{L}{T^2}.L^3} = \frac{FT^2}{L^4}$$

$$M.K*.S.:\ un\ \rho = \frac{utm}{m^3} = \frac{kgf.s^2}{m^4}$$

$$M.K.S.:\ un\ \rho = \frac{kg}{m^3} = \frac{N.s^2}{m^4} \quad \mathrm{(S.I.)}$$

$$\mathrm{C.G.S.:}\ un\ \rho = \frac{g}{cm^3} = \frac{d.s^2}{cm^4}$$

Ex.:

Água: ρ = 1000 kg / m³ ≅ 100 utm/ m³ = 1g / cm³

Mercúrio: ρ = 13600 kg/ m³ ≅ 1360 utm / m³ = 13,6 g/ cm³

Ar: ρ = 1,2 kg/ m³ ≅ 0,12 utm / m³ = 0,0012 g/ cm³

1.5- <u>Peso específico</u> (γ)

$$\boxed{\gamma = \frac{\mathrm{G}}{\mathrm{V}}}$$

G: Peso
V: Volume

Unidades:

$$M.K^*.S.: \; un\ \gamma = \frac{kgf}{m^3}$$

$$M.K.S.: \; un\ \gamma = \frac{N}{m^3}\,(S.I)$$

$$C.G.S.: \; un\ \gamma = \frac{d}{cm^3}$$

Ex.:

Água: γ = 1000 kgf/m³ ≅ 10000 N/m³

Mercúrio: γ = 13600 kgf/m³ ≅ 136000 N/m³

Ar: γ = 1,2 kgf/m³ ≅ 12 N/m³

Relação entre ρ e γ

$$\gamma = \frac{G}{V} = \frac{m}{V}g \Rightarrow \boxed{\gamma = \rho g}$$

Peso específico relativo (γ r)

$$\boxed{\gamma r = \frac{G}{G_{H_2O}}}$$ Não tem unidades (n.º puro)

$$\left.\begin{array}{l} \gamma = \dfrac{G}{V} \Rightarrow G = \gamma V \\ \gamma_{H_2O} = \dfrac{G_{H_2O}}{V} \Rightarrow G_{H_2O} = \gamma_{H_2O}\, V \end{array}\right\} \gamma_r = \frac{G}{G_{H_2O}} = \frac{\gamma V}{\gamma_{H_2O}\, V}$$

$$\boxed{\gamma_r = \frac{\gamma}{\gamma_{H_2O}}} = \boxed{\gamma_r = \frac{\rho}{\rho_{H_2O}}}$$

Ex.: Água: γr = 1

Mercúrio: γr = 13,6

Ar: γr = 0,0012

1.6- <u>Viscosidade cinemática</u> (ν)

$$\boxed{\nu = \frac{\mu}{\rho}}$$

Unidades:

$$[\nu]=\frac{[\mu]}{[\rho]}=\frac{\dfrac{FT}{L^2}}{\dfrac{FT^2}{L^4}} \qquad [\nu]=\frac{L^2}{T}$$

$$\text{M.K*.S.: un } \nu = \text{m}^2/\text{s}$$

$$\text{M.K.S.: un } \nu = \text{m}^2/\text{s} \text{ (S.I.)}$$

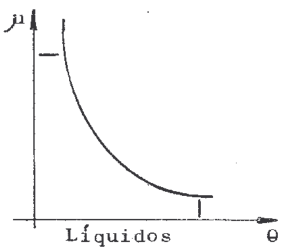
$$\text{C.G.S.: un } \nu = \text{cm}^2/\text{s} = \text{"Stoke"}$$

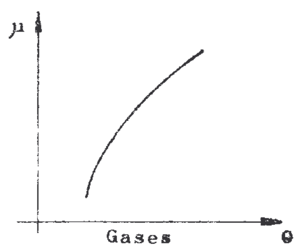
$$1 \text{ centiStoke (cSt)} = 0{,}01 \text{ stoke (St)}$$

Ex.:
Água: $\nu = 10^{-6}\,\text{m}^2/\text{s}$ (20º C)

OBS:

a) μ depende da temperatura (θ)





b) μ independe da pressão

c) fluidez $=\dfrac{1}{\mu}$

EXERCÍCIOS:

1 - Um fluido tem massa específica ρ = 80 utm/m³.
Qual é o seu peso específico e o peso específico relativo?

$$Dados \quad \gamma_{H_2O} = 1000\ kgf/m^3$$

$$g = 10\ m/s^2$$

$$\gamma = \rho . g \Rightarrow \gamma = 80 . 10$$

$$\boxed{\gamma = 800\ kgf/m^3}$$

$$\gamma_r = \frac{\gamma}{\gamma_{H_2O}} = \frac{800}{1000}$$

$$\boxed{\gamma_r = 0{,}8}$$

Determinar a massa específica em g/cm³

$$\rho = 80\frac{utm}{m^3} = \frac{80.10\,\mathrm{kg}}{m^3}\ ;\ 1\,\mathrm{utm} \cong 10\,\mathrm{kg}$$

$$\rho = 800\frac{kg}{m^3} = 800\frac{10^3\,g}{10^6\,cm^3}$$

$$\boxed{\rho = 0{,}8\,\mathrm{g/cm^3}}$$

2 - A viscosidade cinemática de um óleo é $0{,}028\frac{m^2}{s}$, e o seu peso específico relativo é 0,9. Determinar a viscosidade dinâmica em unidades dos sistemas M.K*.S.e C.G.S.

Dados:

$$\gamma_{H_2O} = 1000\ \mathrm{kgf}/m^3$$
$$g = 9{,}8m/s^2$$
$$\gamma = 0{,}028m^2/s$$
$$\gamma_r = 0{,}9$$
$$\mu = ?$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \therefore \mu = \nu.\rho$$

$$\text{Cálculo de } \gamma : \gamma_r = \frac{\gamma}{\gamma_{H_2O}} \therefore \gamma = \gamma_r.\gamma_{H_2O}$$

$$\gamma = 0{,}9\,.1000$$

$$\gamma\, MK{*}S = 900\ kgf/m^3$$

$$\textit{Cálculo}\text{ de } \rho : \gamma = \rho\ g \therefore \rho = \frac{\gamma}{\mathrm{g}}$$

$$\rho = \frac{900}{9{,}8}.\frac{kgf/m^3}{m/s^2} = 91{,}8\,\mathrm{kgf}\,.\,s^2/m^4\left(\frac{utm}{m^3}\right)$$

$$\boxed{\rho MK{*}S = 91{,}8\frac{\mathrm{utm}}{\mathrm{m^3}}}$$

$$\text{Cálculo de } \mu : \mu = \nu.\rho$$
$$\text{MK * S} : \mu = 0{,}028 \times 91{,}8$$

$$\boxed{\mu = 2{,}57\ kgf\ .\,\mathrm{s/m^2}}$$

$$\text{C.G.S.} : \mu = 2{,}57\frac{9{,}8\,.\,10^5\ \mathrm{dina\,.\,s}}{10^4\,\mathrm{cm^2}}$$

$$\boxed{\mu = 251{,}8\,\mathrm{dina\,.\,s}/cm^2\ (Poise)}$$

$$\text{Determinar } \nu \text{ em } \mathrm{cm^2/s}$$

$$0{,}028\frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s}} = 0{,}028\frac{10^4\,\mathrm{cm^2}}{\mathrm{s}}$$

$\boxed{\nu = 280\mathrm{cm^2/s}}$ (Stoke)

3 - São dadas duas placas paralelas a distância de dois milímetros.

A placa superior move-se com velocidade de 4 m/s, enquanto que a inferior está fixa. Se o espaço entre as duas placas for preenchido com óleo $\left(\nu = 0{,}1 \text{ Stokes}; \ \rho = 90 \text{ utm/m}^3\right)$:

a) Qual será a tensão de cisalhamento no óleo?

b) Qual a força necessária para rebocar a placa superior de área A = 0,5 m^2 ?

$\nu = 0{,}1\,\text{cm}^2/\text{s} = 10^{-5}\,\text{m}^2/\text{s}$

$\rho = 90\,\text{utm}/\text{m}^2$

$v_0 = 4\,\text{m}/\text{s}$

$\varepsilon = 2\,\text{mm} = 2.10^{-3}\,\text{m}$

a) $\mu = \nu\,\rho$

$\mu = 10^{-5}\,x\,90$

$\mu = 9\,x\,10^{-4}\ kgf\ \text{s/m}^2$

$$\tau = \mu.\frac{v_0}{\varepsilon} = 9\,\text{x}\,10^{-4}\,\text{x}\,\frac{4}{2\,\text{x}\,10^{-3}}$$

$\boxed{\tau = 1{,}8\ \text{kgf/m}^2}$

b) $\tau = \dfrac{Ft}{A}\ \therefore\ F = Ft = \tau.A = 1{,}8\,.\,0{,}5$

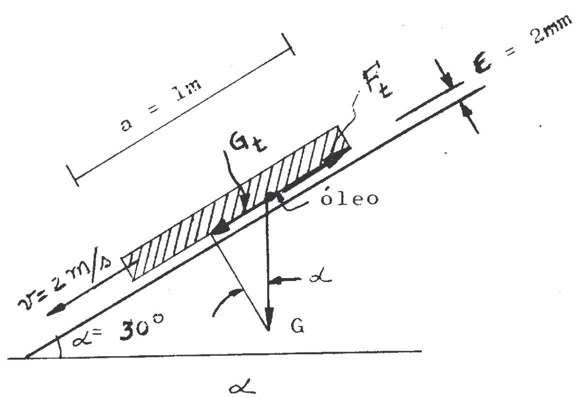
$\boxed{F = 0{,}9\ kgf}$

4 - Uma placa quadrada de 1m de lado e 20 N de peso desliza sobre um plano inclinado de 30º sobre uma película de óleo.

A velocidade da placa é de 2 m/s, constante.

Qual é a viscosidade dinâmica do óleo se a espessura da película é 2 mm ?

μ = ?



A = 1 m²
G = 20N

Condição de V cte:
Gt = Ft (1)

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{G_t}{G} \Rightarrow G_t = G\ \text{sen}\alpha\ (2)$$

$$\tau = \frac{F_t}{A} \Rightarrow F_t = \tau\ A \quad \therefore \quad F_t = \mu \frac{v}{\varepsilon}\ A\ (3)$$

Substituindo (2) e (3) em (1) :

$$G\ \text{sen}\alpha = \mu \frac{v}{\varepsilon} A \Rightarrow \mu = \frac{G\ \text{sen}\ \alpha\varepsilon}{VA}$$

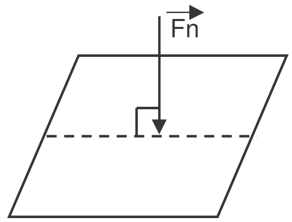
$$\mu = \frac{20 \times 0{,}5 \times 2 \times 10^{-3}}{2 \times 1^2}$$

$$\boxed{\mu = 10^{-2}\ \text{N}.\ \text{s/m}^2}\ (\text{Pa.s})$$

Capítulo 2

Pressão
Medida de Pressão
Carga
Ampliação de forças por Intermédio da Pressão

2.1- Conceito de pressão



Superfície de área A

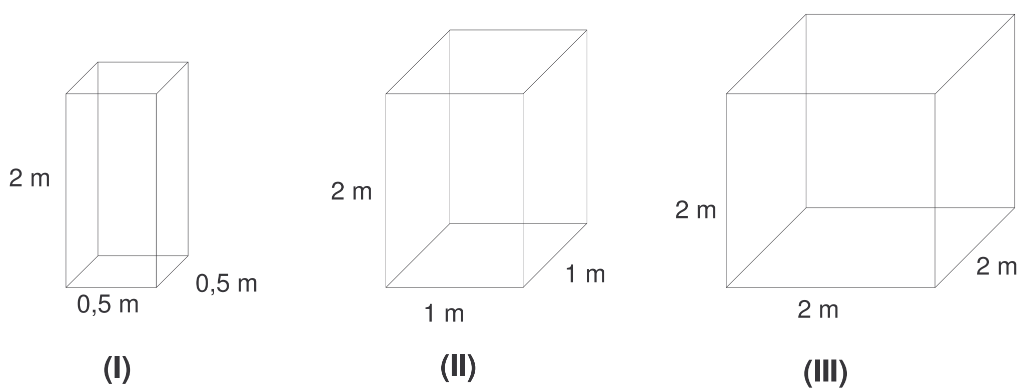
$$\boxed{P = \frac{Fn}{A}}$$

$$P_I = \frac{F}{A_I} = \frac{100}{50} \qquad P_{II} = \frac{F}{A_{II}} = \frac{100}{100}$$

$$P_I = 2\,\text{kgf/cm}^2 \qquad P_{II} = 1\,\text{kgf/cm}^2$$

2.2- Teorema de Stevin

"A diferença de pressões entre dois pontos de um fluido em repouso é o produto do peso específico do fluido pela diferença de cotas entre os dois pontos considerados".



Recipientes de base quadrada com água (γ = 1000 kgf/m³)

Qual a pressão no fundo dos recipientes?

(I)

$$P_I = \frac{G_I}{A_I}, onde\ \ \gamma = \frac{G_I}{V_I} \Rightarrow G_I = \gamma V_I$$

$$G_I = 1000\ \text{kgf/m}^3\ \ x\ \ 0{,}5\ \ x\ \ 0{,}5\ \ x\ \ 2\ \text{m}^3$$
$$G_I = 500\ \text{kgf}$$

$$A_I = 0{,}5\ \ x\ \ 0{,}5\ =\ 0{,}25\ \ \text{m}^2$$

$$P_I = \frac{500}{0{,}25}$$

$$\boxed{P_I = 2000\ kgf\ /\ m^2}$$

(II)

$$P_{II} = \frac{G_{II}}{A_{II}}$$

$$P_{II} = \frac{2000}{1}$$

$$G_{II} = \gamma . V_{II} = 1000\ \text{kgf/m}^3\ \ x\ \ 1\ \ x\ \ 1\ \ x\ \ 2\ \text{m}^3$$
$$G_{II} = 2000\ \text{kgf}$$
$$A_{II} = 1\ \ x\ \ 1\ = 1\ \text{m}^2$$

$$\boxed{P_{II} = 2000\ \text{kgf/m}^2}$$

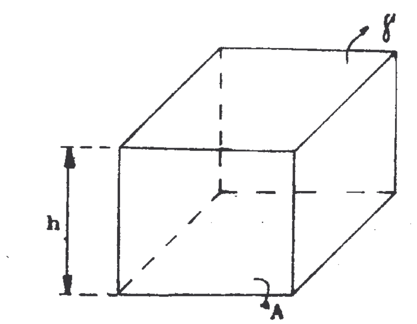
$$P_{III} = \frac{G_{III}}{A_{III}}$$

$$P_{III} = \frac{8000}{4}$$

$$G_{III} = \gamma . V_{III} = 1000\ .\ 2\ \ x\ \ 2\ \ x\ \ 2$$
$$G_{III} = 8000\ \text{kgf}$$
$$A_{III} = 2\ \ x\ \ 2\ = 4\ \text{m}^2$$

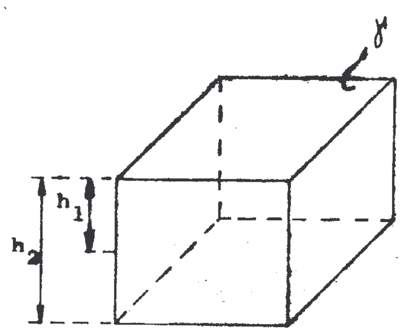
$$\boxed{P_{III} = 2000\ \text{kgf/m}^2}$$

Genericamente:



$$P = \frac{G}{A} = \frac{\gamma V}{A} = \frac{\gamma . \cancel{A} . h}{\cancel{A}}$$

$$\boxed{P = \gamma h}$$



$$\left.\begin{array}{l} P_1 = \gamma\, h_1 \\ P_2 = \gamma\, h_2 \end{array}\right\} \underbrace{P_2 - P_1}_{\Delta p} = \gamma \underbrace{(h_2 - h_1)}_{\Delta h}$$

$$\boxed{\Delta P = \gamma \Delta h}$$

<u>Observação importante:</u>

a) O Teorema de Stevin só se aplica a fluidos em repouso.

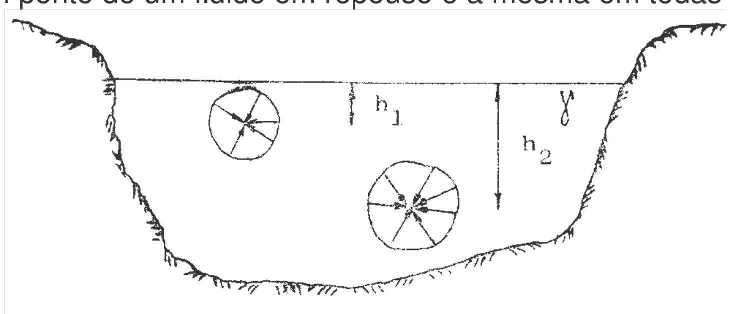
b) Δ h é a diferença de cotas e não a distância entre os dois pontos considerados.

c) Todos os pontos de um fluido num plano horizontal tem a mesma pressão.

d) A pressão independe da área, ou seja, do formato do recipiente.

2.3- Lei de Pascal

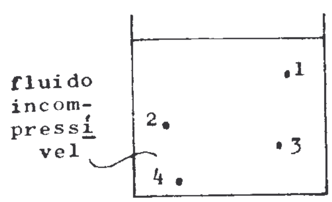
"A pressão num ponto de um fluido em repouso é a mesma em todas as direções".



Realmente, se tal não ocorresse, havendo desequilíbrio, teríamos movimento da partícula fluida.

Lei de Pascal:

A pressão aplicada a um ponto de um fluido <u>incompressível,</u> em repouso, transmite-se integralmente a todos os demais pontos do fluido.



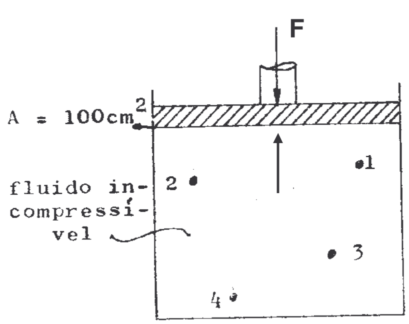
(I)

$P_1 = 0{,}1$ kgf/cm²

$P_2 = 0{,}2$ kgf/cm²

$P_3 = 0{,}3$ kgf/cm²

$P_4 = 0{,}4$ kgf/cm²



$$P = \frac{F}{A} = \frac{100}{100}$$

$$P = 1\,\text{kgf/cm}^2$$

$P_1 = 0{,}1 + 1 = 1{,}1$ kgf/cm²

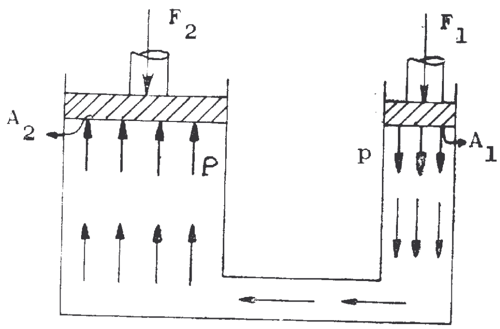
$P_2 = 0{,}2 + 1 = 1{,}2$ kgf/cm²

$P_3 = 0{,}3 + 1 = 1{,}3$ kgf/cm²

$P_4 = 0{,}4 + 1 = 1{,}4$ kgf/cm²

2.4- Transmissão e Ampliação de uma força

a) Prensa hidráulica



$$P = \frac{F_1}{A_1} \quad (1)$$

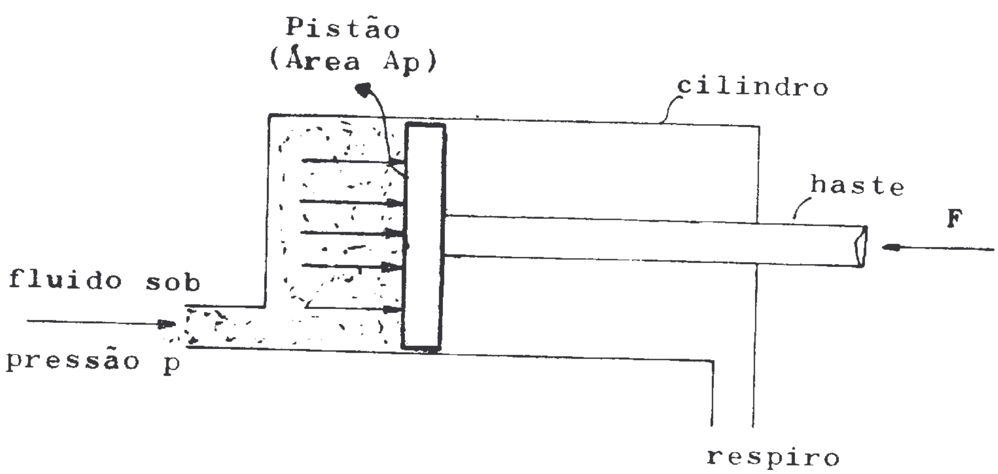
$$P \cdot A_2 = F_2 \Rightarrow P = \frac{F_2}{A_2} \quad (2)$$

$$\text{de (1) e (2)}: \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \therefore \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1}}$$

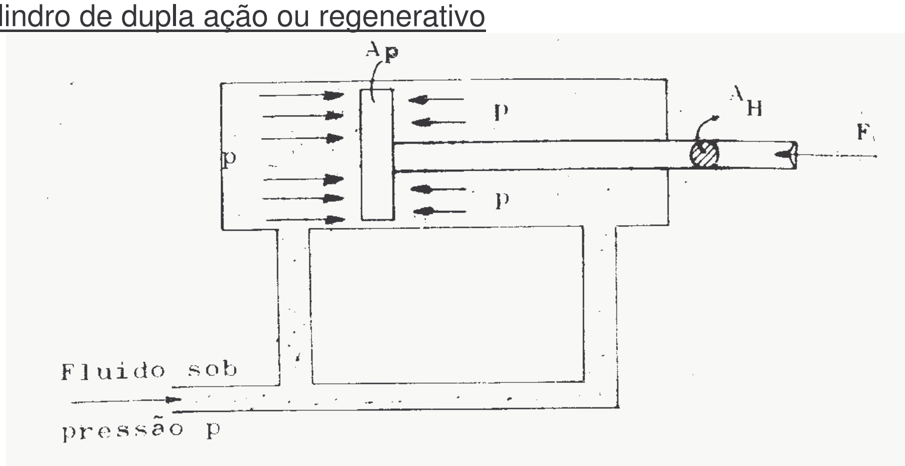
b) Cilindro

b. 1 - Cilindro de ação simples



$$\boxed{F = P.Ap}$$

b. 2 - Cilindro de dupla ação ou regenerativo

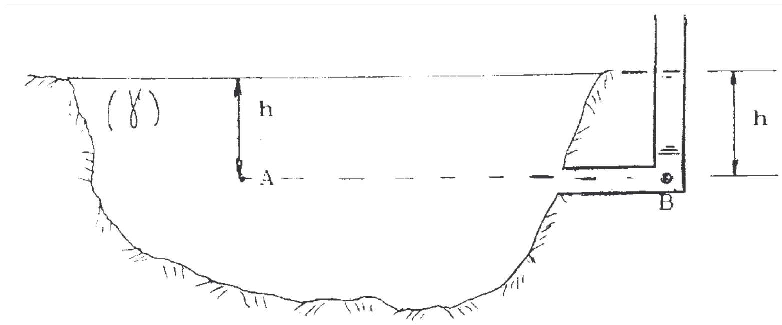


$$P \cdot A_P = P\left(A_P - A_H\right) + F$$
$$F = P\cancel{A_P} - P\cancel{A_P} + PA_H$$

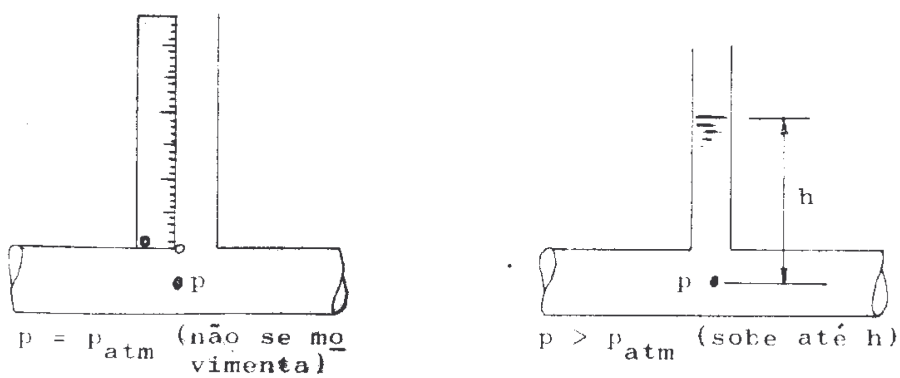
$$\boxed{F = P \,.\, A_H}$$

2.5- Carga de pressão (h)

É a altura de fluido suportada por uma pressão.
Ex.:



$P_A = P_B = p = \gamma h$ $\boxed{h = \dfrac{p}{\gamma}}$

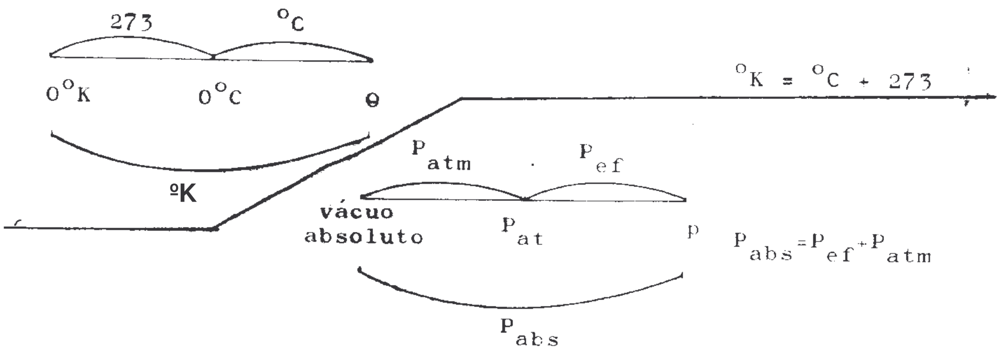


2.6- Escalas de pressão

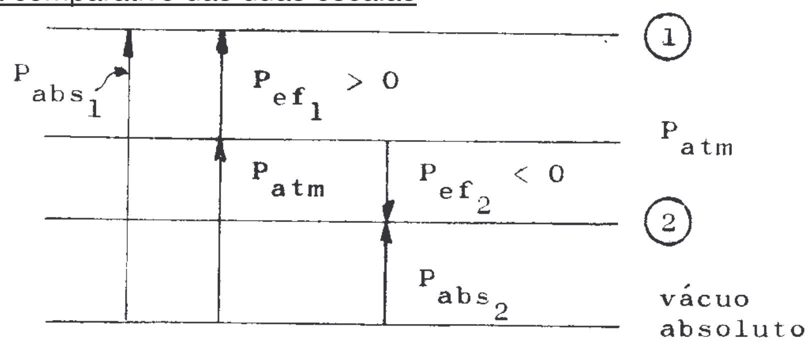
a) <u>Escala efetiva</u> (relativa): É aquela que toma como referência (zero) a pressão atmosférica. As pressões nessa escala dizem-se efetivas (relativas).

b) <u>Escala absoluta</u>: é aquela que toma como referência (zero) o vácuo absoluto. As pressões nessa escala são chamadas absolutas.

I - Comparação com as escalas de temperatura



II - Diagrama comparativo das duas escalas



$\boxed{P_{abs} = P_{ef} = P_{atm}}$

Ao nível do mar: P_{atm} = 10330 kgf/m²

Pressão atmosférica

normal ou padrão P_{atm} = 1,033 kgf/cm²

Observações importantes:

a) a - A pressão absoluta é sempre positiva.
b) b - A pressão efetiva pode ser positiva ou negativa.
   Pressão efetiva negativa = "depressão" ou "vácuo".
c) c - Indicação de pressão efetiva: 1 kgf/m².
d) d - Indicação de pressão absoluta: 1 kgf/m² (abs).

2.7- Unidades de pressão

a - Unidades de pressão propriamente ditas:

$$P = \frac{Fn}{A}$$

Ex.:

dina/cm² ; N/m² ; kgf/m² ; N/cm²; kgf/cm² . Obs: N/m^2=Pa; KPa=10^3Pa; MPa=10^6Pa

psi = $lbf/pol^2 \cong 0{,}07$ kgf/cm²

20 psi = 1,4 kgf/cm²

$$1\ kgf/cm^2 \ = \ 1\frac{kgf}{10^{-4}m^2} = 10^4\ \text{kgf/m}^2$$

b - Unidades de carga de pressão utilizadas para indicar pressões:

$$h = \frac{P}{\gamma}$$

Ex.:

m.c.a. (metros de coluna de água)

m.c.o. (metros de coluna de óleo)

mmHg,

m. c. ar, etc.

c - Transformações de unidades

$$10330\ kgf/m^2 \ = \ 1{,}033\ kgf/cm^2\ ;\Rightarrow\ h = \frac{P}{\gamma} = \frac{10330}{1000} = 10{,}33\ \text{m.c.a.}$$

$$h = \frac{P}{\gamma} = \frac{10330}{13600} = 0{,}76\, m = 760\, mmHg$$

$$1{,}033\ \text{kgf/cm}^2 = \frac{1{,}033}{0{,}07}\ \text{psi} = 14{,}7\ \text{psi}$$

$$\boxed{\begin{aligned}&10330\ \text{kgf/m}^2 = 1{,}033\, kgf\ /\ cm^2 = 10{,}33\ \text{m.c.a.} = 101325\text{Pa} = 101{,}325\text{KPa} = \\ &= 760\ \text{mmHg} = 14{,}7\ \text{psi} = 1\ \text{atm}\end{aligned}}$$

Exemplo:

Determinar o valor da pressão de 380 mmHg em kgf/cm² e psi na escala efetiva em kgf/m² e atm na escala absoluta.

Dado: P_{atm} = 10.330 kgf/m².

a - Escala efetiva

a.1 -] kgf/cm²

$$\left.\begin{array}{lll} 760\ \text{mmHg} & - & 1{,}033\ \text{kgf/cm}^2 \\ 380\ \text{mmHg} & - & x \end{array}\right\} \quad \boxed{x = 0{,}5165\ kgf\ /\ cm^2}$$

a.2 -] psi

$$\left.\begin{array}{lll} 760\ \text{mmHg} & - & 14{,}7\ \text{psi} \\ 380\ \text{mmHg} & - & \text{y} \end{array}\right\} \quad \boxed{\text{y} = 7{,}35\ \text{psi}}$$

b - Escala absoluta

$P_{abs} = P_{ef} + P_{atm}$

b.1 -] kgf/m²

P_{abs} = z + 10330 kgf/m²

$$\left.\begin{array}{lll} 760\ \text{mmHg} & - & 10330\ \text{kgf/m}^2 \\ 380\ \text{mmHg} & - & \text{z} \end{array}\right\} \quad \boxed{z = 5165\ kgf\ /\ m^2}$$

$$\boxed{P_{abs} = 15495\,\text{kgf}\ /\ m^2\ \ (abs)}$$

b. 2 -] atm

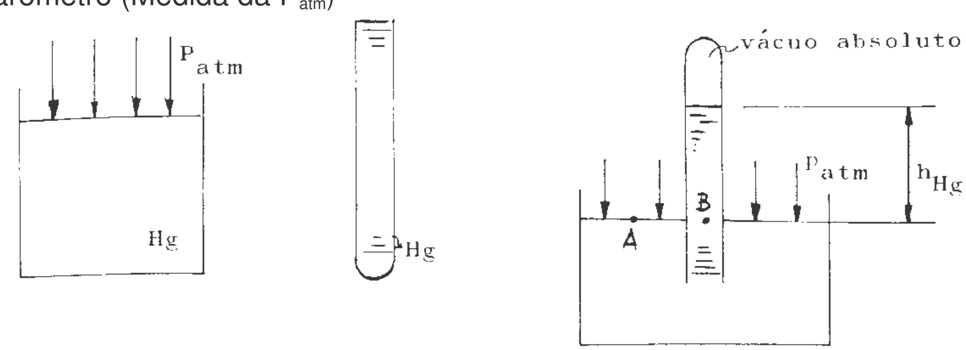
$P_{abs} = \text{w} + 1$

$$\left.\begin{array}{lll} 760\ \text{mmHg} & - & 1\ \text{atm} \\ 380\ \text{mmHg} & - & \text{w} \end{array}\right\} \quad \boxed{\text{w} = 0{,}5\ \text{atm}}$$

$$\boxed{P_{abs} = 1{,}5\ \text{atm}\ \ (\text{abs})}$$

2.8- Aparelhos medidores de pressão.

a - Barômetro (Medida da P_{atm})



$$h_{Hg} = \frac{P_{atm}}{\gamma_{Hg}}$$

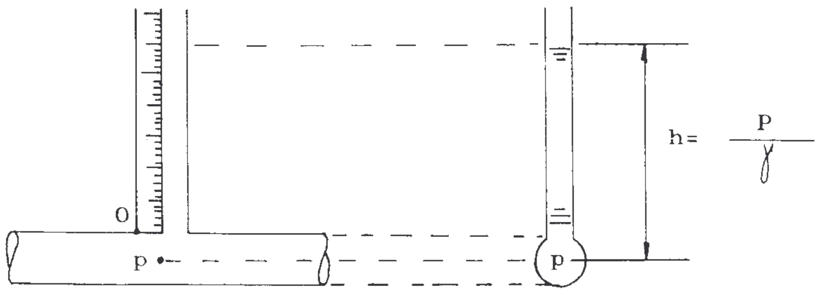
$$\boxed{P_{atm} = h_{Hg}.\gamma_{Hg}}$$

Ao nível do mar: h_{Hg} = 760 mm

P_{atm} = 0,76 m x 13600 kgf/m³

$$\boxed{P_{atm} = 10330\ kgf\ /\ m^2}$$

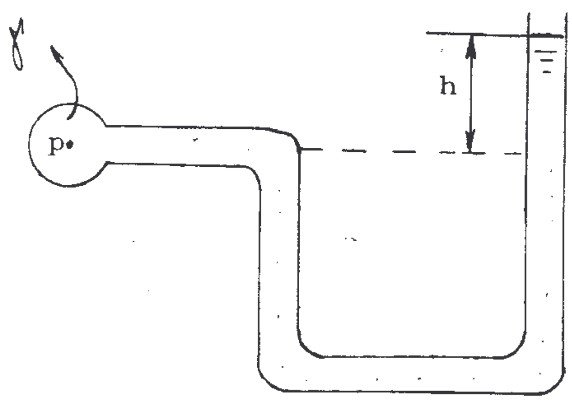
b - Piezômetro



$\boxed{p = \gamma . h}$

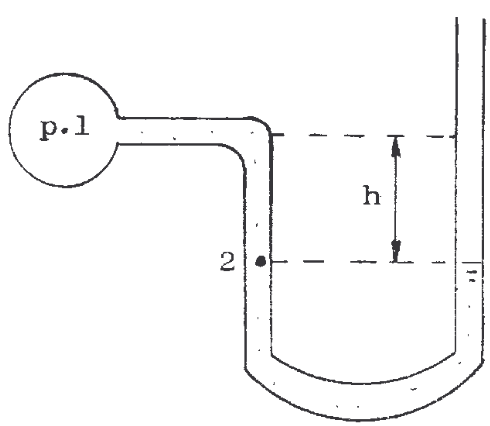
Desvantagens:
1) Não serve para medir pressões de gases
2) Não serve para medir pressões negativas
3) Não serve para medir pressões elevadas

c - Manômetro com tubo em U



$\boxed{p = \gamma . h}$

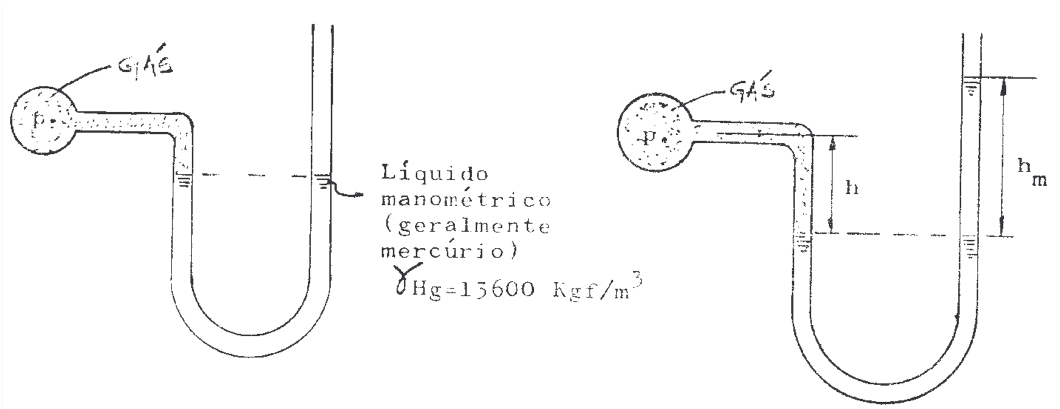
Mede pressões positivas



$P_2 - P_1 = \gamma h$
$O - P = \gamma h$

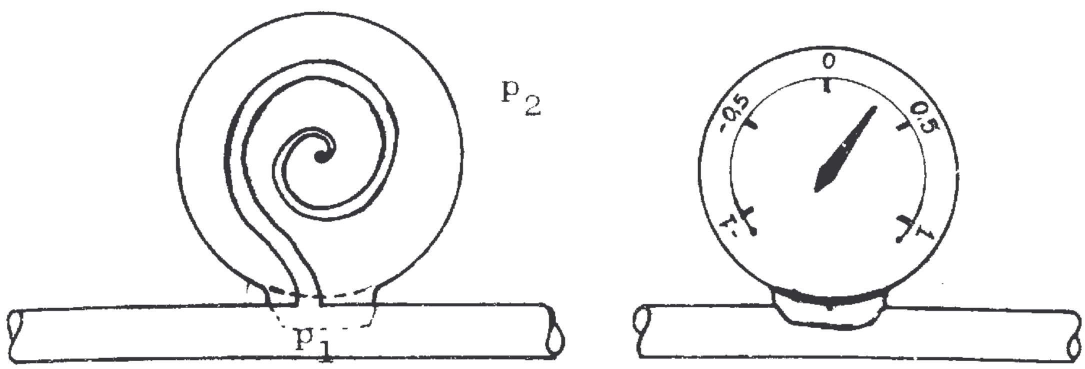
$\boxed{P = -\gamma h}$

Mede pressões negativas.
O ponto mais baixo tem pressão maior que p, que é negativa.



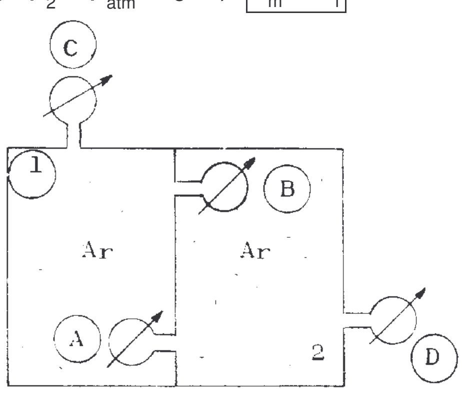
Mede também pressões de gases.

d - <u>Manômetro Metálico</u> (Tipo Bourdon)



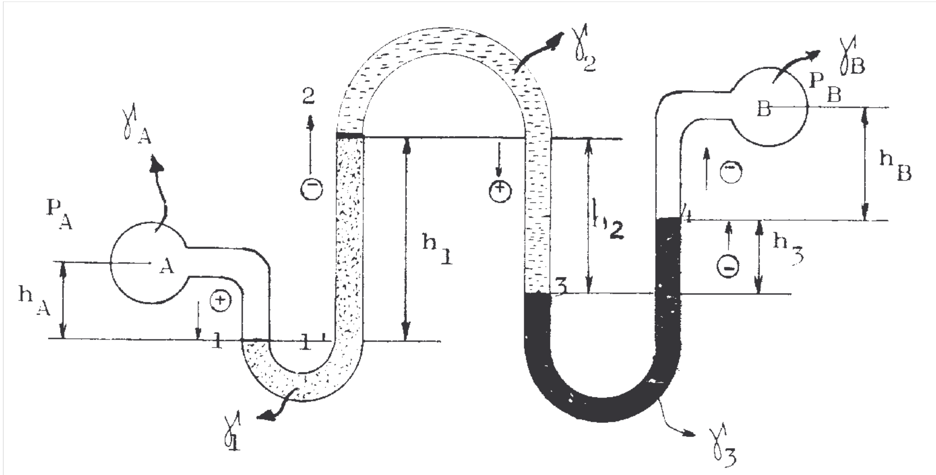
$\boxed{P_m = P_1 - P_2}$

Se $P_2 = P_{atm} = 0 \Rightarrow \boxed{P_m = P_1}$



$$P_{m_A} = P_2 - P_1$$
$$P_{m_B} = P_1 - P_2$$
$$P_{m_C} = P_1 - 0 = P_1$$
$$P_{m_D} = P_2 - 0 = P_2$$

2.9- Equação Manométrica



<u>Teorema de Stevin</u>

A e 1	$P_1 - P_A = \gamma_A . h_A$	1 e 2	$P_1 - P_2 = \gamma_1 . h_1$
2 e 3	$P_3 - P_2 = \gamma_2 . h_2$	3 e 4	$P_3 - P_4 = \gamma_3 . h_3$
4 e B	$P_4 - P_B = \gamma_B . h_B$		

$$
\begin{array}{lcl}
P_1 - P_A = \gamma_A . h_A (X-1) & \Rightarrow & -\cancel{P_1} + P_A = -\gamma_A . h_A \\
P_1 - P_2 = \gamma_1 . h_1 & & \cancel{P_1} - \cancel{P_2} = \gamma_1 . h_1 \\
P_3 - P_2 = \gamma_2 . h_2 (X-1) & \Rightarrow & -\cancel{P_3} + \cancel{P_2} = -\gamma_2 . h_2 \\
P_3 - P_4 = \gamma_3 . h_3 & & \cancel{P_3} - \cancel{P_4} = \gamma_3 . h_3 \\
P_4 - P_B = \gamma_B . h_B & & \cancel{P_4} - P_B = \gamma_B . h_B
\end{array}
$$

$$P_A - P_B = -\gamma_A . h_A + \gamma_1 . h_1 - \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3 + \gamma_B h_B$$

$$\boxed{P_A - P_B = -\gamma_A h_A + \gamma_1 . h_1 - \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3 + \gamma_B h_B}$$

$$\boxed{P_A + \gamma_A h_A - \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 h_3 - \gamma_B h_B = P_B}$$

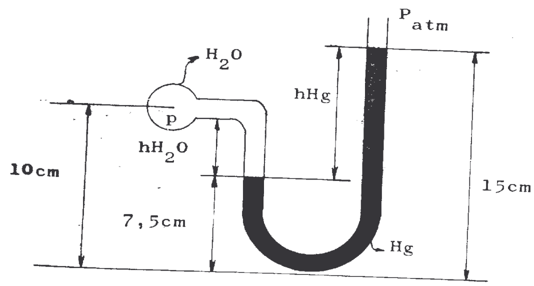
Regra prática:

Cotam-se os planos de separação dos diversos líquidos manométricos.

Em seguida, convencionalmente, percorre-se o manômetro da esquerda para a direita somando (ou subtraindo) as pressões das colunas de fluidos conforme se desça (ou suba) segundo os diversos ramos do manômetro.

Exercícios:

1 - Determinar a pressão p.



$$P + \gamma_{H_2O}.h_{H_2O} - \gamma_{Hg}.h_{Hg} =$$
$$= P_{atm}$$
$$P + 1000 . 0{,}025 - 13600 . 0{,}075 = 0$$
$$P + 25 - 1020 = 0$$

$$\boxed{P = 995\ kgf/m^2}$$

Dados:

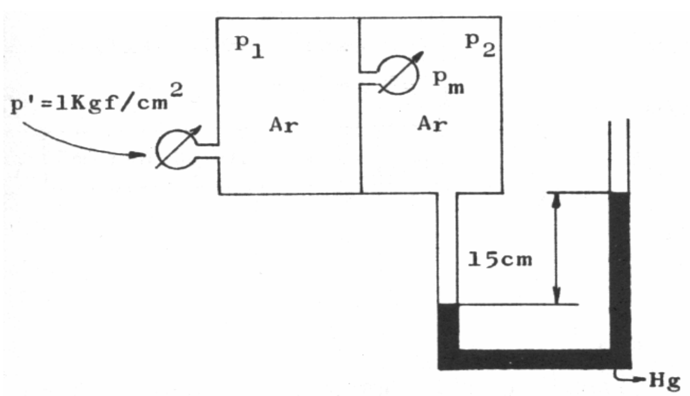
$$\gamma_{H_2O} = 1000\ kgf/m^3$$

$$\gamma_{Hg} = 13600\ kgf/m^3$$

$$Se\ P_{atm} = 0{,}9_{atm} \Rightarrow P_{abs} = ?$$
$$P_{abs} = P_{ef} + P_{atm}$$
$$\left.\begin{array}{ll} 10330\ kgf/m^2 - & 1\ atm \\ x & 0{,}9\ atm \end{array}\right\} \boxed{9297\ \ kgf\ /\ m^2}$$
$$P_{abs} = 995 + 9297$$

$$\boxed{P_{abs} = 10292\ \ kgf/m^2\ \ (abs)}$$

2 - Determinar a indicação do manômetro metálico da figura.



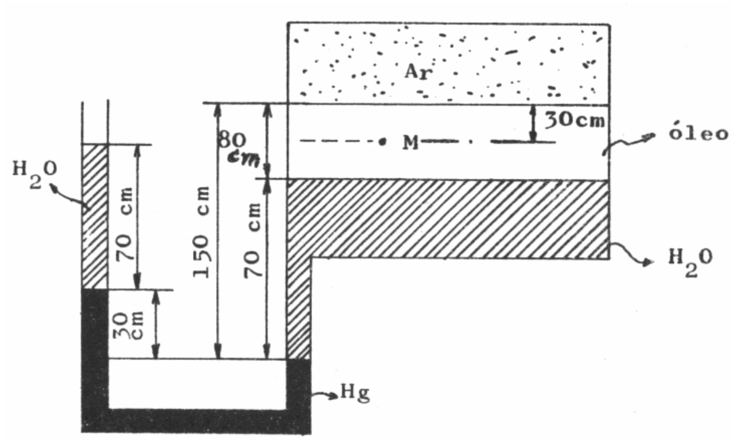
$$P_m = ?$$
$$P' = P' - 0$$

$$\boxed{P_1 = 1\ kgf/cm^2}$$

$$P_2 - \gamma_{Hg}.h_{Hg} = 0$$
$$P_2 = 13600 \text{ x } 0{,}15 \Rightarrow$$
$$P_2 = 2040 kgf/m^2 = 0{,}204 kgf/cm^2$$
$$P_m = P_1 - P_2 = 1 - 0{,}204$$

$$\boxed{P_m = 0{,}796\ kgf/cm^2}$$

3 - Calcular P_{ar} e P_m nas escalas efetiva e absoluta.



Dados: $\gamma_{H_2O} = 1000\, kgf\,/\,m^3$ $\begin{cases} 760\, mmHg \;-\; 10330\, kgf\,/\,m^3 \\ 710\, mmHg \;-\; x \end{cases}$

$\gamma_{óleo} = 850\, kgf\,/\,m^3$

$\gamma_{Hg} = 13600\, kgf\,/\,m^3$ $\boxed{P_{atm} = x = 10058\, kgf\,/\,m^2}$

$P_{atm} = 740\, mmHg$

$a - P_{ar} = ?$ $P_{ar\ abs} = ?$

$0 + 1000\,.\,0{,}7 + 13600\,.\,0{,}3 - 1000\,.\,0{,}7 - 850\,.\,0{,}8 = P_{ar}$

$P_{ar} = 700 + 4080 - 700 - 680$

$\boxed{P = 3400\ kgf/m^2}$

$P_{abs} = P_{ef} + P_{atm}$

$P_{abs} = 3400 + 10058$

$\boxed{P_{abs} = 13458\, kgf\,/\,m^2\ \ (abs)}$

$b - P_M = ?$ $P_{Mabs} = ?$

$P_{ar} + \gamma_{óleo}.h_{óleo} = P_M$

$3400 + 850\ .\ 0{,}30 = P_M$

$\boxed{P_M = 3655\, kgf\,/\,m^2}$

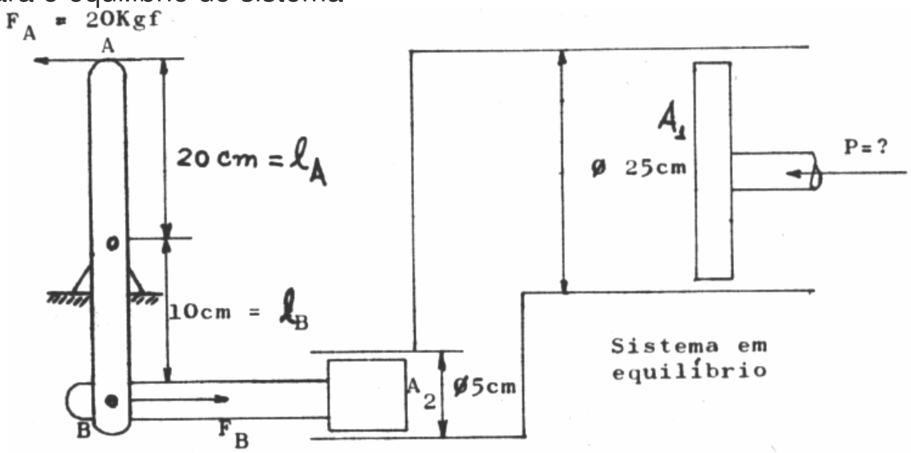
$P_{Mabs} = P_M + P_{atm}$

$P_{Mabs} = 3655 + 10058$

$\boxed{P_{M\,abs} = 13713\, kgf\,/\,m^2\ \ (abs)}$

4 - Calcular P para o equilíbrio do sistema

$F_A = 20$ kgf



Equilíbrio de momentos

$F_A \times \ell_A = F_B \times \ell_B$

$20 \times 20 = F_B \times 10$

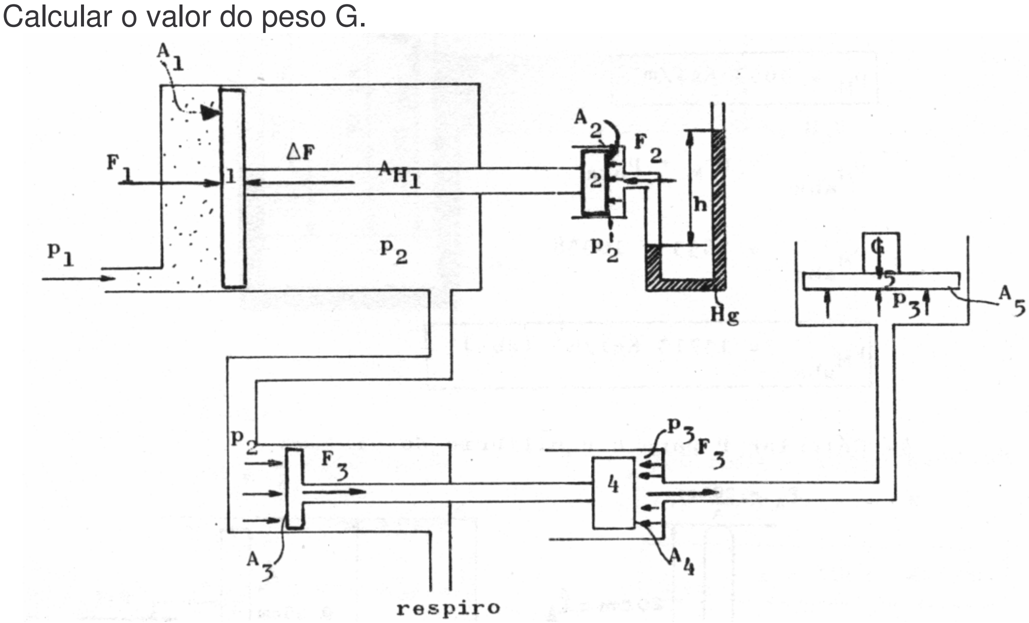
$\boxed{F_B = 40 \text{ kgf}}$

$$\frac{P}{A_1} = \frac{F_B}{A_2} \Rightarrow \frac{P}{\frac{\pi d_1^2}{\cancel{4}}} = \frac{F_B}{\frac{\cancel{\pi} d_2^2}{\cancel{4}}}$$

$$\frac{P}{d_1^2} = \frac{F_B}{d_2^2} \Rightarrow P = F_B\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 40\left(\frac{25}{5}\right)^2$$

$\boxed{F = 1000 \text{ kgf}}$

5 - Calcular o valor do peso G.



$A_1 = 10cm^2$
$A_{H_1} = 2cm^2$
$A_2 = 2,5cm^2$
$A_3 = 5cm^2$
$A_4 = 20cm^2$
$A_5 = 10cm^2$

$P_1 = 5\, kgf\, /\, cm^2$
$h = 2\, m = 200\, cm$
$\gamma_{Hg} = 13600\, kgf\, /\, m^3 = 0,0136\, kgf\, /\, cm^3$

Considerar o ar incompressível.

Desprezar o peso do pistão.

G = ?

$$\text{Cálculo de } F_2 : 0 + \gamma_{Hg} h = P'_2 \;\therefore\; 13600 \;\; x \;\; 2 = P'_2$$

$$P'_2 = 27200\, kgf\, /\, m^2 = 2,72\, kgf\, /\, cm^2$$

$$F_2 = P'_2 . A_2 = 2,72 \;.\; 2,5$$

$$\boxed{F_2 = 6,8\,\text{kgf}}$$

$$\text{Cálculo de } F_1 : F_1 = P_1 \,.\, A_1 = 5.10$$

$$\boxed{F = 50\ \text{kgf}}$$

$$\Delta F = F_1 - F_2 = 43,2\,\text{kgf}$$

$$\text{Cálculo de } P_2 : P_2 = \frac{\Delta F}{\left(A_1 - A_{H_1}\right)} = \frac{43,2}{8}$$

$$\boxed{P_2 = 5,4\ \text{kgf/cm}^2}$$

$$\text{Cálculo de } F_3 : F_3 = \frac{F_3}{A_4} = \frac{27}{20}$$

$$\boxed{P_3 = 1,35\ \text{kgf/cm}^2}$$

$$G = P_3 \,.\, A_5 = 1,35 \,.\, 10$$

$$\boxed{G = 13,5\ \text{kgf}}$$

Capítulo 3

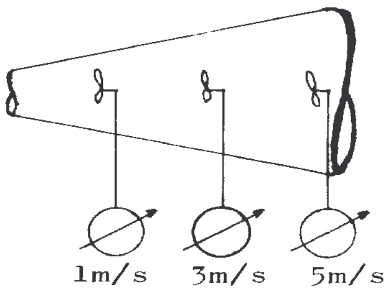
Noções fundamentais de
Escoamento de Fluidos
Equação da Continuidade

3.1- Noções Fundamentais

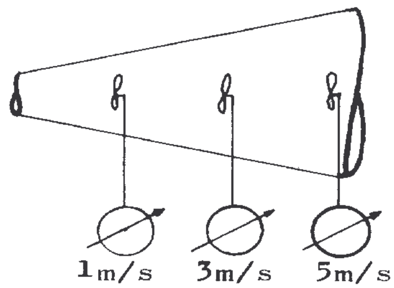
Movimento permanente

Quando fixado um ponto num sistema de referência, neste ponto, com o decorrer do tempo, não mudam as propriedades.

Ex.:



instante inicial

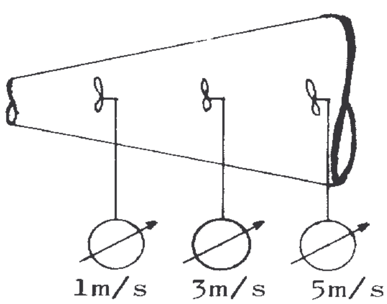


instante t qualquer

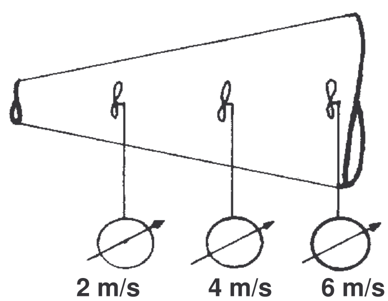
Movimento variado

Ex.:

Em caso contrário



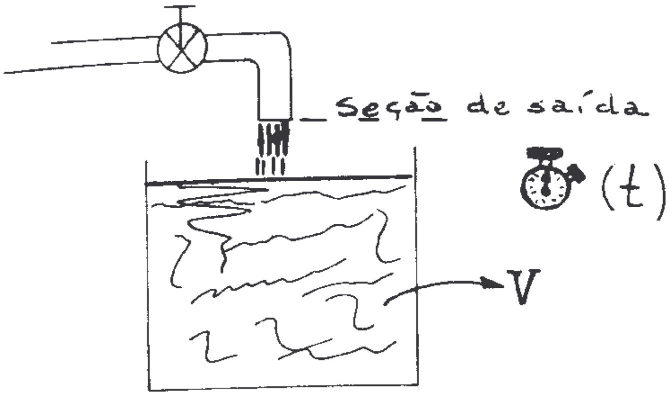
instante inicial



instante t

Vazão em volume (Q)

É o volume de fluido que atravessa uma seção de escoamento na unidade de tempo.



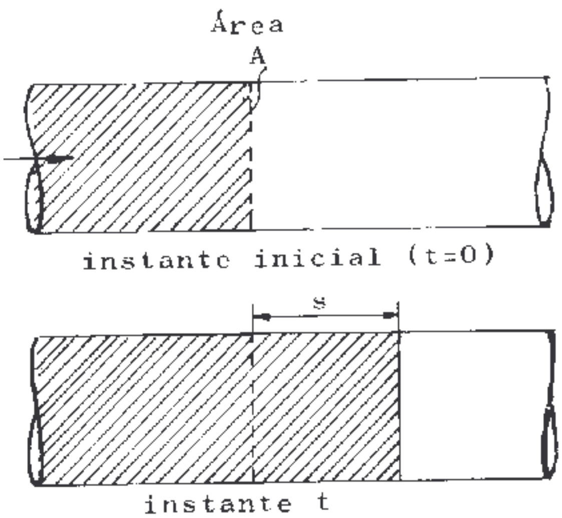
$$Q = \frac{6\ell}{2s} = 3\ell/s$$

$$\boxed{Q = \frac{V}{t}}$$

<u>Unidades de Q:</u>

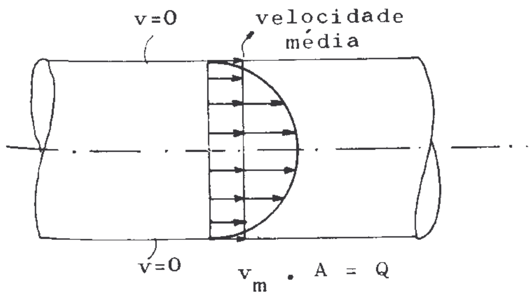
cm^3/s ; m^3/s ; m^3/min ; m^3/h ; ℓ/s ; ℓ/min ; ℓ/h ;...

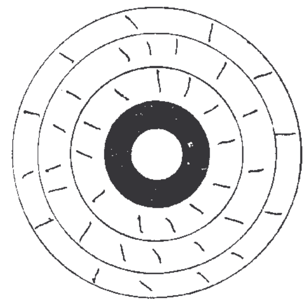
<u>Velocidade média numa seção</u> (V)



$$Q = \frac{V}{t} = \frac{A\,.\,s}{t} \rightarrow v$$
$$Q = A\,.\,v$$
$$Q = A\,.\,v$$

Velocidade média é uma velocidade fictícia constante na seção tal que multiplicada pela área resulta na vazão do líquido.





$$\boxed{\mathbf{V_m = \frac{Q}{A}}}$$

$$Q = \sum v_i A_i \Rightarrow v_m = \frac{Q}{A}$$

$$\therefore v_m = \frac{\int vdA}{A} \Rightarrow v_m = \frac{1}{A}\int VdA$$

Obs.: V_m = V se não for indicado o diagrama de velocidades

Unidades de V: cm/s ; m/s ; m/min ; . . .

<u>Vazão em massa</u> (Q_m)

É a massa de fluido que atravessa uma seção do escoamento na unidade de tempo.

$$\boxed{\mathbf{Q_m = \frac{m}{t}}}$$

Unidades de Q_m : g/s ; g/min ; kg/s ; kg/min ; kg/h ; utm/s ; utm/min ; utm/h ; . . .

<u>Vazão em peso</u> (Q_G)

É o peso de fluido que atravessa uma seção de escoamento na unidade de tempo.

$$\boxed{Q_G = \frac{G}{t}}$$

Unidades de Q_G : dina/s ; dina/,min ; d/h ; N/s ; N/min ; N/h ; kgf/s ; kgf/min ; kgf/h ;...

<u>Relações entre Q, Q_m e Q_G</u>

$$Q_m = \frac{m}{t}$$

Mas:

$$\rho = \frac{m}{v} \Rightarrow m = \rho v \therefore Q_m = \rho \underbrace{\frac{V}{t}}_{Q}$$

$$\boxed{Q_m = \rho Q}$$

$$\boxed{Q_m = \rho v A}$$

$$Q_G = \frac{G}{t}$$

Mas:

$$\gamma = \frac{G}{V} \Rightarrow G = \gamma V \therefore Q_G = \frac{\gamma V}{t}$$

Q

$$\boxed{Q_G = \gamma Q}$$

$$\boxed{Q_G = \gamma v A}$$

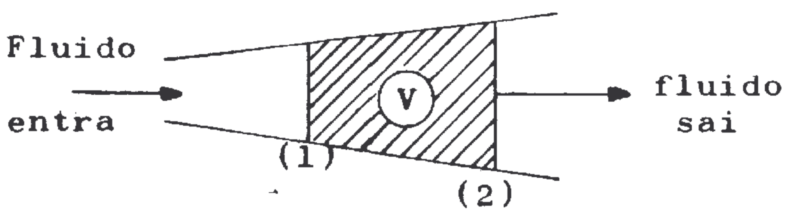
Q_m

$$Q_G = \frac{G}{t} = \frac{m}{t} \cdot g$$

$$\boxed{Q_G = g.Q_m}$$

3.2- Equação da Continuidade

Num intervalo de tempo t a massa de fluido que atravessa a seção (1) é a mesma que atravessa a seção (2).



$$\boxed{m_1 = m_2 = m}$$

$$\div\ t \Rightarrow \frac{m_1}{t} = \frac{m_2}{t} = \frac{m}{t} = \text{cte.}$$

$$\therefore \boxed{Q_{m_1} = Q_{m_2} = Q_m = \text{cte.}}$$ Equação da Continuidade

ou $$\boxed{\rho_1 Q_1 = \rho_2 Q_2 = \rho\ Q = \text{cte.}}$$

ou $$\boxed{\rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2 = \rho\ V\ A = \text{cte.}}$$

“No escoamento de um fluido, em movimento permanente a vazão em massa de fluido que atravessa qualquer seção de escoamento é constante”.

Caso particular:
Fluido incompressível (líquidos)

$$\rho = \frac{m}{v} = cte.$$

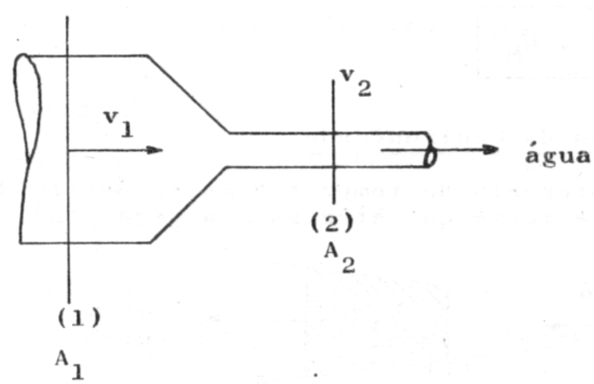
$$\boxed{\rho_1 = \rho_2 = \rho = cte.}$$

$$\therefore \boxed{Q_1 = Q_2 = Q = cte.}$$

$$\boxed{V_1 A_1 = V_2 A_2 = VA = cte.}$$

“No escoamento de um fluido incompressível em movimento permanente a vazão de fluido que atravessa qualquer seção do escoamento é constante”.

Ex.:



$$Q_1 = Q_2 \therefore V_1A_1 = V_2A_2$$

$$\therefore \boxed{\frac{V_2}{V_1} = \frac{A_1}{A_2}}$$

$$Se: \begin{cases} A_1 > A_2 \Rightarrow V_2 > V_1 \\ A_1 < A_2 \Rightarrow V_2 < V_1 \end{cases}$$

Exemplo numérico:

$A_1 = 20\,cm^2$
$A_2 = 10\,cm^2$
$V_1 = 1\,m/s$

$$\frac{V_2}{1} = \frac{20}{10}$$

$\therefore \boxed{V_2 = 2\,m/s}$

Obs: As velocidades variam na razão inversa dos quadrados dos diâmetros.

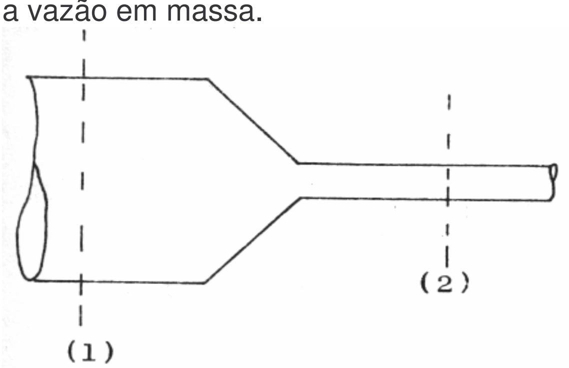
(Fluidos incompressíveis).

Exercícios:

1 - Ar escoa num tubo convergente.

A área da maior seção do tubo é 20 cm² e a da menor é 10 cm².

A massa específica do ar na seção 1 é 0,12 utm/m³ enquanto que na seção 2 é 0,09 utm/m³.
Sendo a velocidade na seção 1 de 10 m/s, determinar a velocidade na seção 2 e a vazão em massa.



$A_1 = 20\text{ cm}^3$ $V_1 = 10\text{ m/s}$

$A_2 = 10\text{ cm}^3$ $V_2 = ?$

$\rho_1 = 0{,}12\text{ utm/ m}^3$ $Q_m = ?$

$\rho_2 = 0{,}09\text{ utm/m}^3$

Equação da Continuidade

$$Q_{m_1} = Q_{m_2}$$

$$\rho_1 Q_1 = \rho_2 Q_2$$

$$\rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2$$

$$V_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{A_1}{A_2} \cdot V_1 = \frac{0{,}12}{0{,}09} \cdot \frac{20}{10} \cdot 10$$

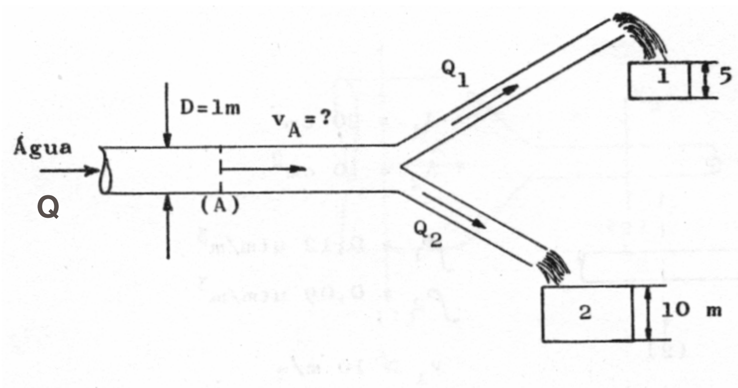
$$\boxed{V_2 = 26{,}7\,m/s}$$

$$Q_m = \rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2$$
$$Q_m = 0{,}12 \ \ x \ \ 10 \ \ x \ \ 0{,}002$$
$$\boxed{Q_m = 0{,}0024 \ utm/s}$$

2 - Os reservatórios (1) e (2) da figura são cúbicos.

São enchidos pelos tubos respectivamente em 100 seg. e 500 seg.

Determinar a velocidade da água na seção A indicada, sabendo-se que o diâmetro é 1m.



Equação da Continuidade

$$Q = Q_1 + Q_2$$
$$Q_1 = \frac{V_1}{t_1} = \frac{125}{100}$$
$$Q_1 = 1{,}25 \, m^3/s$$

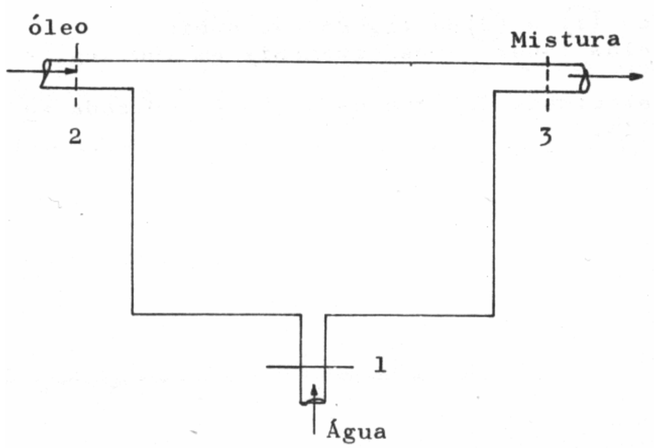
$$Q_2 = \frac{V_2}{t_2} = \frac{1000}{500}$$
$$Q_2 = 2 \, m^3/s$$
$$Q = 1{,}25 + 2$$
$$\boxed{Q = 3{,}25 \, m^3/s}$$
$$Q = A \cdot V_A \Leftarrow V_A = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{3{,}25}{\frac{3{,}14 \cdot 1}{4}}$$
$$\boxed{VA = 4{,}14 \, m/s}$$

3 - Um tubo admite água (ρ = 1000 kg/m^3) num reservatório, com vazão de 20 ℓ/s.

No mesmo reservatório é trazido óleo (ρ = 800 kg/m^3) por outro tubo com uma vazão de 10 ℓ/s.

A mistura homogênea formada é descarregada por um tubo cuja seção tem uma área de 30 cm^2.

Determinar a massa específica da mistura no tubo de descarga e a velocidade da mesma.



$\rho_1 = 1000$ kg/m^3

$\rho_2 = 800$ kg/m^3

$\rho_3 = ?$

$Q_1 = 20\ \ell/s$

$Q_2 = 10\ \ell/s$

$A_3 = 30$ cm^2, $V_3 = ?$

Equação da continuidade

$$Q_{m_3} = Q_{m_1} + Q_{m_2} \Rightarrow \rho_3 Q_3 = \rho_1 Q_1 + \rho_2 Q_2$$

$$\rho_3 = \frac{\rho_1 Q_1 + \rho_2 Q_2}{Q_3}$$

Sendo os fluídos incompressíveis:

$$Q_3 = Q_1 + Q_2$$

$$Q_3 = 20 + 10$$

$$Q_3 = 30\ell / s$$

$$\rho_3 = \frac{1000 \cdot 20 + 800 \cdot 10}{30} = \frac{20000 + 8000}{30}$$

$$\boxed{\rho_3 = 933{,}3\ \text{kg}/m^3}$$

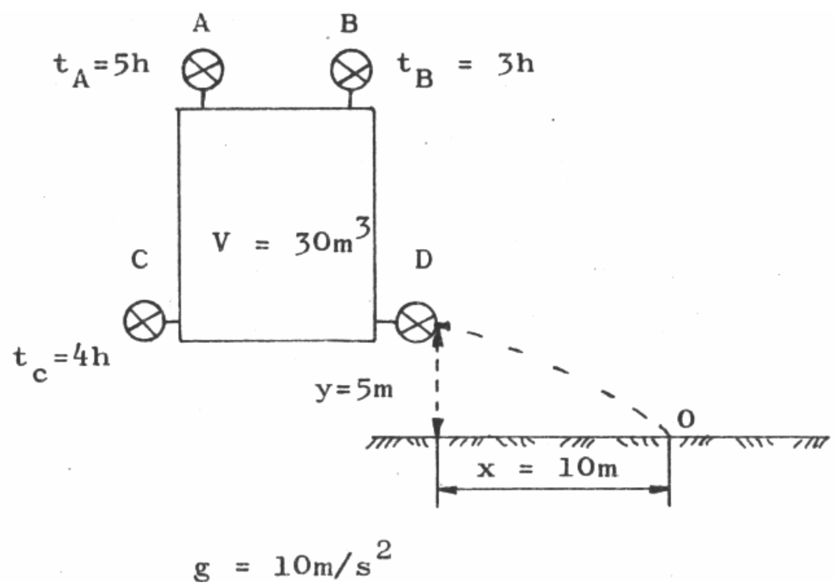
$$Q_3 = A_3 V_3 \ \therefore \ V_3 = \frac{Q_3}{A_3} = \frac{30 \text{ x } 10^{-3}}{30 \text{ x } 10^{-4}}$$

$$\boxed{V_3 = 10 m/s}$$

4 - O tanque da figura pode ser enchido pela água que entra pela válvula A em 5 h, pelo que entra por B em 3 h e pode ser esvaziado (quando totalmente cheio) pela válvula C em 4 h (supondo vazão constante).

Abrindo todas as válvulas (A, B, C e D) ao mesmo tempo o tanque mantém-se totalmente cheio.

Determinar a área da seção de saída de D se o jato de água deve atingir o ponto 0 da figura.



Equação da Continuidade:

$$\boxed{Q_A + Q_B = Q_C + Q_D} \quad ①$$

$$Q_A = \frac{V}{t_A} = \frac{30}{5}$$

$$Q_A = 6\,m^3/h$$

$$Q_C = \frac{V}{t_C} = \frac{30}{4}$$

$$Q_C = 7{,}5m^3/h$$

$$Q_B = \frac{V}{t_B} = \frac{30}{3}$$

$$Q_B = 10\,m^3/h$$

Substituindo em ① fica:

$$6 + 10 = 7{,}5 + Q_D$$

$$Q_D = 16 - 7{,}5$$

$$\boxed{Q_D = 8{,}5\,m^3/h = 0{,}00236\,cm^3/s}$$

$$Q_D = V_D \cdot A_D \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_D = \frac{Q_D}{V_D}} \quad ②$$

Equação da parábola

$$x = V_D t \;\Rightarrow\; t = \frac{x}{V_D}$$

$$y = \frac{1}{2}\,gt^2$$

$$y = \frac{1}{2}\cdot g\cdot\frac{x^2}{V_D^2}$$

$$2V_D^2 = \frac{x^2 g}{y} \therefore V_D^2 = \frac{x^2 g}{2y} = \frac{100\cdot\cancel{10}}{\cancel{2}\cdot\cancel{5}}$$

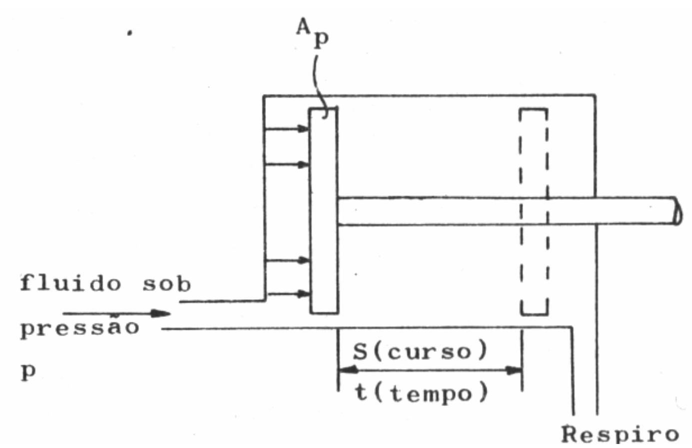
$$V_D^2 = 100 \;\therefore\; \boxed{V_D = 10\,m/s}$$

Substituindo V_D em ②, fica:

$$A_D = \frac{0{,}00236}{10}$$

$$\boxed{A_D = 0{,}000236\ m^2}$$

3.3 – Potência necessária para o deslocamento de um pistão num cilindro



Potência (N)

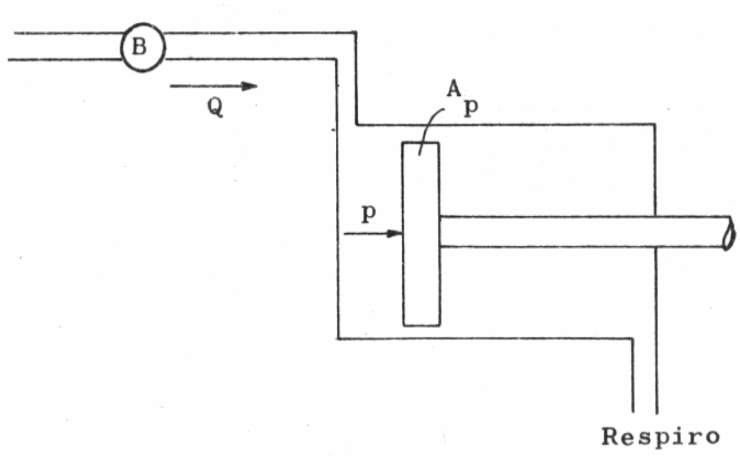
Trabalho (W)

$$W = Fp\cdot s = p\cdot\underbrace{Ap\ \cdot\ s}_{V_D}$$

$$\boxed{\therefore W = p\cdot V_D}$$ V_D : Volume deslocado (cilindrada).

$$\div t \Rightarrow \frac{W}{t} = p\frac{V_D}{t} \therefore N = p\cdot Q$$

$$\boxed{N = p\cdot Q}$$



s = 0,5 m

t = 0,5 s

W = 50 kgf.m

Ap = 50 cm^2

= 5 x 10^{-3}m^2

No dispositivo da figura o pistão desloca-se 0,5 m em 0,5 s e o trabalho realizado nesse deslocamento é 50 kgf.m.

Supõe-se que não haja perda de pressão entre a saída da bomba e a face do pistão.

Determinar:

a. A potência fornecida ao fluído pela bomba.
b. A vazão em litros por segundo.
c. A pressão na face do pistão

a) $N = \frac{W}{t} = \frac{50}{0,5}$

$$1CV = 75\frac{kgf.m}{S} = 736W$$

$N = 100\,kgf.m/s \cong 1000\,W$

$$1\,kgf.m \cong 10W$$

c) $W = p \cdot V_d \Rightarrow p = \frac{W}{V_d} = \frac{W}{Ap \cdot s}$

$$p = \frac{50}{5x10^{-3} \cdot 0,5}$$

$$\boxed{p = 2x10^4\,kgf/m^2 = 2kgf/cm^2}$$

b) $Q = \frac{Vd}{t} = \frac{Ap \cdot s}{t} = \frac{5x10^{-3} \cdot 0,5}{0,5}$

$Q = 5x10^{-3} m^3 / s$ $\qquad$ $1m^3 = 1000\ell$

$Q = 5x10^{-3} x10^3 \ell / s$

$\boxed{Q = 5\ell / s}$

ou:

c) $N = p \cdot Q \therefore p = \frac{N}{Q} = \frac{100}{5x10^{-3}}$

$\boxed{p = 2x10^4 kgf / m^2}$

Capítulo 4

Equação de Bernoulli

4.1- O Princípio da Conservação da Energia Mecânica para Fluídos Perfeitos (Ideais)

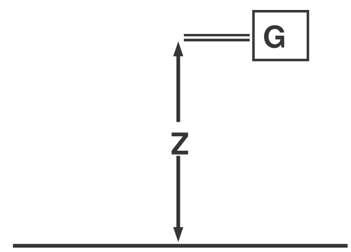
Energia Mecânica
- Potencial
  - De posição
  - De pressão
- Cinética

$W = G \cdot Z$

$E\,PP_o = W$

a) Energia Potencial

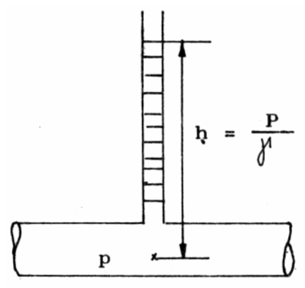
a.1 – De Posição



P.H.R
(Plano horizontal de referência)

$$\boxed{EPP_o = G \cdot Z}$$

a.2 – De Pressão



$W = G \cdot h = G\dfrac{P}{\gamma}$

$E\,PP_r = W$

$$\boxed{EPP_r = G \cdot \frac{P}{\gamma}}$$

$$\boxed{EP = EPP_o + EPP_R}$$

b) Energia Cinética

$$E_c = \frac{mv^2}{2}$$

Mas:

$$G = mg \quad \therefore \quad m = \frac{G}{g}$$

$$\therefore \quad E_c = G \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Energia Total (E)

$$\boxed{E = EP + E_c}$$

$$\boxed{E = EPP_o + EPP_r + E_c}$$

<u>Princípio da Conservação de Energia Mecânica</u>

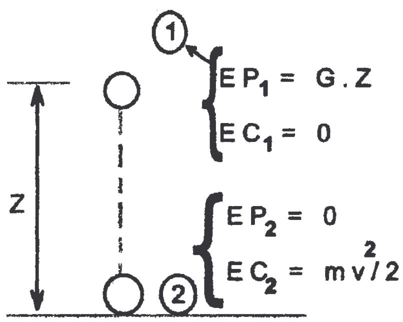
(P.C.E.M.)

$$\boxed{E = cte.}$$

Ou

$$\boxed{\Delta EP = \Delta E_c}$$

Exemplo:



$$E_1 = G \cdot Z$$

$$E_2 = \frac{mv^2}{2}$$

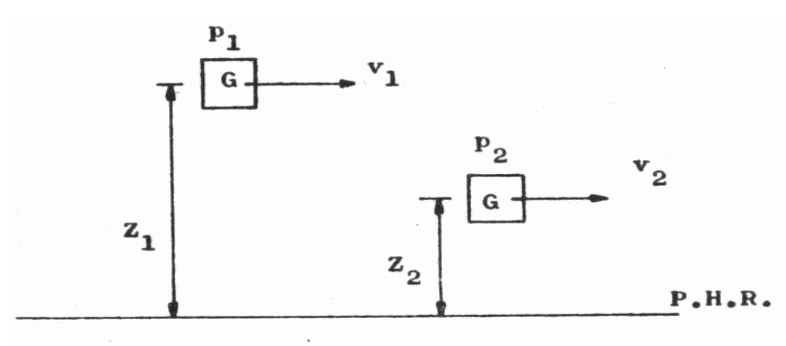
$$E_1 = E_2$$

$$G \cdot Z = \frac{mv^2}{2}$$

$$\cancel{m}gz = \frac{\cancel{m}v^2}{2}$$

$$\boxed{v = \sqrt{2gz}}$$ TORRICELLI

4.2- Equação de Bernoulli para Fluído Perfeito Incompressível em Regime Permanente



$$\mathbf{E_1 = EP_1 + EC_1 = EPP_{o_1} + EPP_{r_1} + EC_1}$$

$$\therefore E_1 = GZ_1 + G\frac{P_1}{\gamma} + G\frac{v_1^2}{2g}$$

$$E_2 = EP_2 + EC_2 = EPP_{o_2} + EPP_{R_2} + EC_2$$

$$E_2 = GZ_2 + G\frac{P_2}{\gamma} + G\frac{v_2^2}{2g}$$

<u>P.C.E.M.</u>

$E_1 = E_2$

$$\cancel{G}Z + \cancel{G}\frac{P_1}{\gamma} + \cancel{G}\frac{V_1^2}{2g} = \cancel{G}Z_2 + \cancel{G}\frac{P_2}{\gamma} + \cancel{G}\frac{V_2^2}{2g}$$

$$\boxed{Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}}$$

Equação de Bernoulli

"No escoamento de um fluído perfeito incompressível em regime permanente a energia total do fluído por unidade de peso permanece constante".

Z_1 e Z_2: Energias potenciais de posição por unidade de peso ("Cargas de Posição").

$\frac{P_1}{\gamma}$ e $\frac{P_2}{\gamma}$: Energias potenciais de pressão por unidades de peso ("Cargas de Pressão").

$\frac{V_1^2}{2g}$ e $\frac{V_2^2}{2g}$: Energias cinéticas por unidade de peso. ("Cargas Cinéticas").

$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g}$ e $Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$: Energias totais por unidade de peso. (Cargas Totais = H)

Carga de Pressão = energia de Pressão por unidade de peso.

Carga de Posição = energia de posição por unidade de peso.

Carga Cinética = energia cinética por unidade de peso.

Carga Total (H) = energia total por unidade de peso.

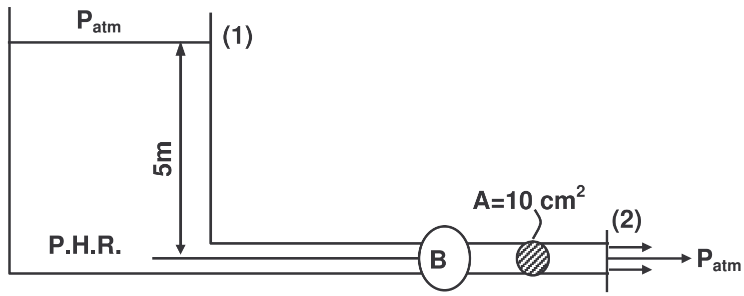
$\boxed{H_1 = H_2}$ Equação de Bernoulli

Unidades de Carga: m, cm, mm, etc. ou seja:

Unidades de energia por unidade de peso: m, cm, mm, etc.

Exercícios:

1-



Tanque de grandes dimensões

Fluído perfeito

$g = 10\ m/s^2$

O tanque da figura descarrega água a atmosfera pelo tubo indicado.

Sendo o tanque de grandes dimensões e o fluído considerado perfeito, determinar a vazão da água descarregada se a área da seção do tubo é 10 cm^2.

$$H_1 + H_2$$

$$EPP_{o_1} + EPP_{r_1} + EC_1 = EPP_{o_2} + EPP_{r_2} + EC_2$$

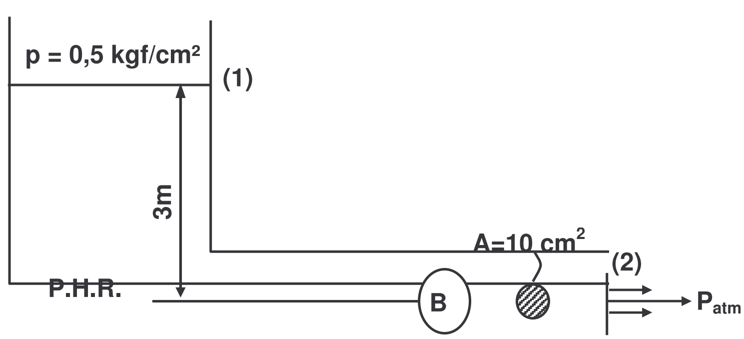
$$Z_1 + \cancelto{Patm=0}{\frac{P_1}{\gamma}} + \cancelto{0}{\frac{V_1^2}{2g}} = \cancelto{0}{Z_2} + \cancelto{Patm=0}{\frac{P_2}{\gamma}} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$Z_1 = \frac{V_2^2}{2g} \ \therefore\ V_2 = \sqrt{2gz_1} = \sqrt{2\ x\ 10\ x\ 5} = 10m/s$$

$$Q = V_2A = 10\ x\ 10\ x\ 10^{-4}$$

$$\boxed{Q = 10\ x\ 10^{-3} m^3/s = 10\ell/s}$$

2- Idem



- Tanque de grandes dimensões
- Fluído perfeito

$g = 10\ m/s^2 = 1000\ cm/s^2$

$\gamma_{H_2O} = 1000 kgf/m^3$

$Q = ?$

$H_1 = H_2$

$EPP_{O_1} + EPP_{r_1} + EC_1 = EPP_{O_2} + EPP_{r_2} + EC_2$

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} = \cancelto{0}{\frac{V_1^2}{2g}} = \cancelto{0}{Z_2} + \cancelto{0}{\frac{P_2}{\gamma}} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} = \frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow V_2^2 = 2g\left(Z_1 + \frac{P}{\gamma}\right)$$

$$V_2 = \sqrt{2g\left(Z_1 + \frac{P}{\gamma}\right)} = \sqrt{2 \text{ x } 10 \text{ x } \left(3 + \frac{0 \cdot 2 \text{ x } 10^4}{10^3}\right)}$$

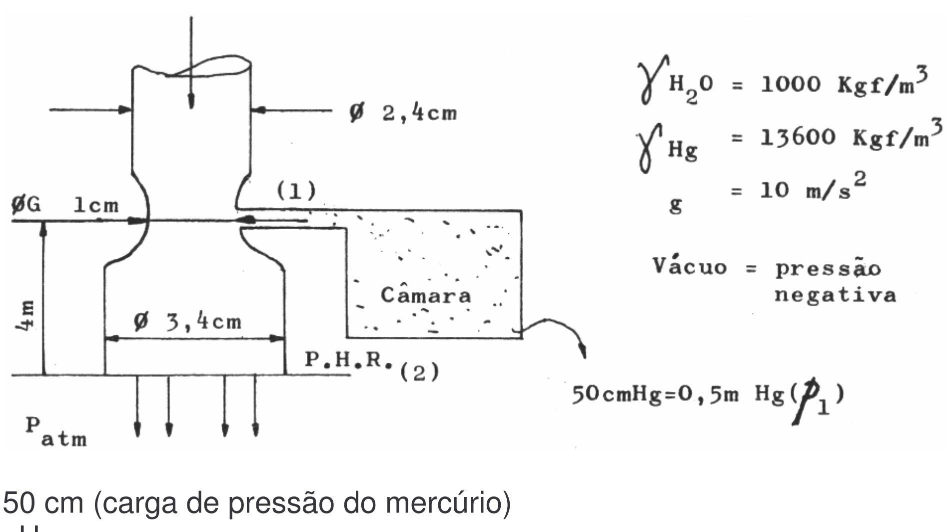
$$V_2 = \sqrt{100} \Rightarrow V_2 = 10\ m/s$$

$$\therefore Q = V_2 A = 10 \text{ x } 10 \text{ x } 10^{-4}$$

$$\boxed{Q = 10 \text{ x } 10^{-3} m^3/s = 10\ell/s}$$

1. Um dos métodos para produzir vácuo numa câmara é descarregar água por um tubo convergente como é mostrado na figura.

   Qual deverá ser a vazão em massa no tubo da figura para produzir um vácuo de 50 cmHg na câmara?



h = 50 cm (carga de pressão do mercúrio)

$H_1 = H_2$

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \overset{0}{\cancel{Z_2}} + \overset{0}{\cancel{\frac{P_2}{\gamma}}} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} = -Z_1 - \frac{P_1}{\gamma} \qquad (1)$$

Equação da Continuidade

$$Q_1 = Q_2$$

$$V_1 A_1 = V_2 A_2$$

$$V_1 = \frac{V_2 A_2}{A_1} = V_2 \frac{\cancel{\Pi} d_2^2 / \cancel{4}}{\cancel{\Pi} d_1^2 / \cancel{4}}$$

$$V_1 = V_2 \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 = V_2 \left(\frac{3{,}4}{1}\right)^2$$

$$V_1 = 11{,}56 \ V_2 \ (2)$$

(2) em (1)

$$\frac{(11{,}56 V_2)^2 - V_2^2}{2g} = Z_1 - \frac{P_1}{\gamma}$$

$$\frac{133{,}6 \cdot V_2^2 - V_2^2}{2g} = -Z_1 - \frac{P_1}{\gamma}$$

$$V_2^2 = \frac{2g}{132{,}6}(-Z_1 - \frac{P_1}{\gamma})$$

onde:

$$Z_1 = 4\text{m}$$

$$P_1 = -\gamma_{Hg} \cdot h = -13600 \ kgf / m^3 \ x \ 0{,}5m$$

$$P_1 = -6800 \ kgf / m^2$$

$$V_2^2 = \frac{20}{132{,}6}\left[-4 - \left(\frac{-6800}{1000}\right)\right]$$

$$V_2^2 = \frac{56}{132{,}6} = 0{,}42$$

$$V_2 = \sqrt{0{,}42}$$

$$\boxed{V_2 = 0{,}65 \text{ m/s}}$$

$$V_1 = 11{,}56\text{x}0{,}65 \therefore V_1 = 7{,}5\text{m/s}$$

$$Q_m = \rho Q_1 = \rho Q_2 = \rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2 (\rho_1 = \rho_2 = \rho)$$

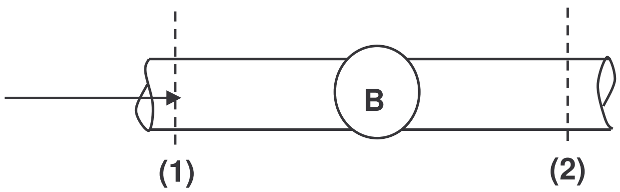
$$\therefore Q_m = \frac{\gamma}{g} V_1 \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{1000 x 7,5 x 3,14 x (0,01)^2}{10 x 4}$$

$\boxed{Q_m = 0{,}059 \text{ utm/s}}$

4.3- Equação de Bernoulli para Fluido Perfeito Incompressível com a Presença de uma Máquina no Escoamento

Máquina (M)
- Bomba (B) - Fornece energia ao fluido
- Turbina (T) - Retira energia do fluido

a) BOMBA

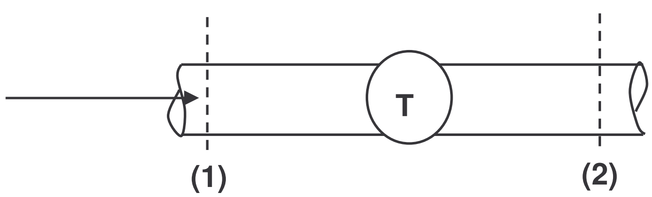


$\boxed{H_1 + H_B = H_2}$

$H_1 < H_2$

H_B: Energia fornecida ao fluido pela bomba pro unidade de peso. ("Carga ou altura manométrica da bomba")

b) TURBINA

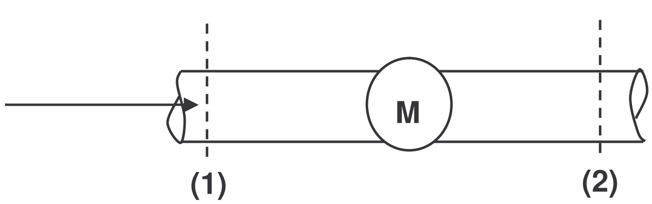


$\boxed{H_1 - H_T = H_2}$

$H_1 > H_2$

H_T: Energia retirada do fluído pela turbina por unidade de peso. ("Carga ou altura manométrica da turbina")

<u>Genericamente</u>



$\boxed{H_1 + H_m = H_2}$

$H_m > 0 \Rightarrow$ M é Bomba ($H_m = H_B$)

$H_m < 0 \Leftarrow$ M é Turbina (H_m - H_T)

<u>Fluido Perfeito</u>

a) $\nexists$ **Máquina** $\quad$ $\mathbf{H_1 = H_2}$
b) $\exists$ **Máquina** $\quad$ $\mathbf{H_1 + H_m = H_2}$

4.4- Potência Fornecida ou Retirada do Fluido na Passagem pela Máquina. Noção de Rendimento

G : Peso de fluido que atravessa a máquina no intervalo de tempo t.

W : Energia fornecida ou retirada do peso G de fluido na passagem pela Máquina.

$\mathbf{H_m}$ **:** Energia fornecida ou retirada do fluido pela máquina por unidade de peso.

$H_m = \frac{W}{G} \Rightarrow W = G \cdot H_m$ Mas:

$\gamma = \frac{G}{V} \Rightarrow G = \gamma V$

Substituindo: $W = \gamma V H_m$

$$\div t \quad \underbrace{\frac{W}{t}}_{\text{potência}} = \gamma \underbrace{\frac{V}{t}}_{\text{vazão}} H_m$$

$\boxed{N = \gamma Q H_m}$

\- M.K*.S -

$$\left.\begin{array}{lll} \gamma & \Rightarrow & kgf/m^3 \\ Q & \Rightarrow & m^3/s \\ H_m & \Rightarrow & m \end{array}\right\} \quad N \rightarrow kgf \,.\, m/s \quad (kgm/s)$$

\- S.I.

$$\left.\begin{array}{lll} \gamma & \Rightarrow & N/m^3 \\ Q & \Rightarrow & m^3/s \\ H_m & \Rightarrow & m \end{array}\right\} \quad N \rightarrow \frac{N \cdot m}{s} = \frac{J}{s} = W$$

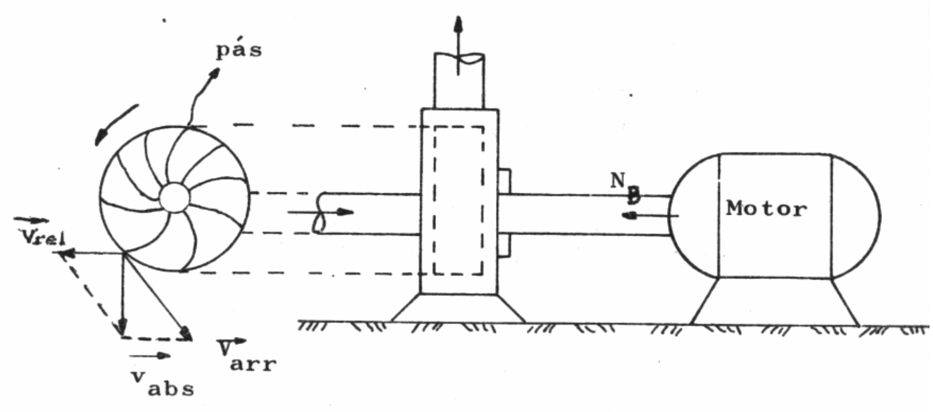
$\boxed{1C.V. = 75\ kgf\ .\ m/s}$

$\boxed{1C.V. = 736\ W = 0{,}736\ kW}$

Rendimento (η)

$$\eta = \frac{\text{Potência útil}}{\text{Potência posta em jogo}}$$

a) BOMBA



$$\boxed{\eta_B = \frac{N}{N_B}}$$

N : Potência útil = Potência fornecida ao fluído

N_B : Potência da Bomba

$$\boxed{\therefore N_B = \frac{N}{\eta_B}} \Rightarrow \boxed{N_B = \frac{\gamma Q H_B}{\eta_B}}$$

b) TURBINA

$$\eta_T = \frac{N_T}{N}$$

N : Potência retirada do fluido

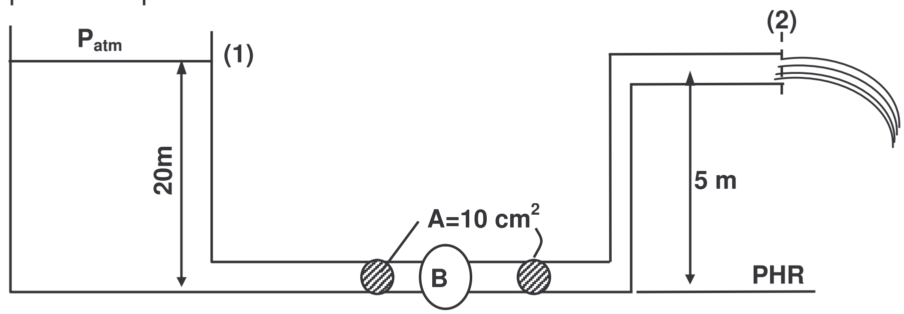
N_T : Potência útil = Potência da turbina

$$\boxed{N_T = N \cdot \eta_T} \quad \boxed{N_T = \gamma Q H_m \cdot \eta_T}$$

1- O reservatório de grandes dimensões da figura descarrega água para a atmosfera através de uma tubulação com uma vazão de 10ℓ/s.

Verificar se a máquina instalada é BOMBA ou TURBINA e determinar sua potência se o rendimento é 75%.

Supor fluido perfeito.



$$\gamma_{H_2O} = 1000\text{kgf/m}^3; g = 10\text{m/s}^2$$

$$Q = 10^{-2}\text{m}^3/\text{s}$$

$$H_1 + H_m = H_2 \Rightarrow H_m = H_2 - H_1 =$$

$$Z_2 + \cancelto{0}{\frac{P_2}{\gamma}} + \frac{V_2^2}{2g} - \left(Z_1 + \cancelto{0}{\frac{P_1}{\gamma}} + \cancelto{0}{\frac{V_1^2}{2g}}\right)$$

$$H_m = \left(5 + \frac{V_2^2}{2g}\right) - 20$$

$$Q = V_2 \cdot A \Rightarrow V_2 = \frac{Q}{A} = \frac{10^{-2}}{10^{-3}} = 10\text{m/s}$$

$$H_m = \left(5 + \frac{100}{20}\right) - 20$$

$$\boxed{H_m = -10\text{m}}$$

$H_m < 0 \Rightarrow$ M é Turbina

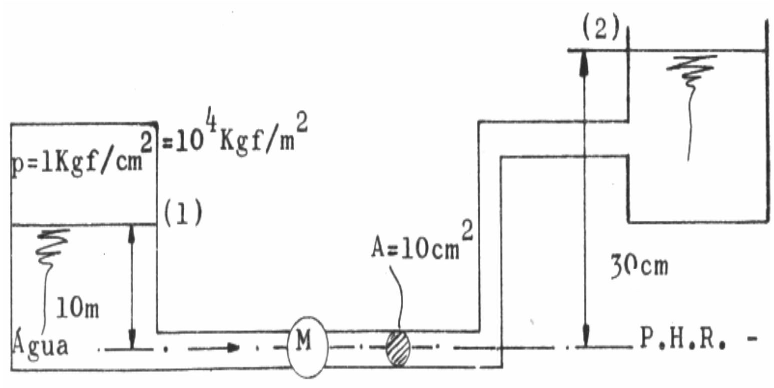
$$N = \gamma Q H_T = \frac{10^3 \cdot 10^{-2} \cdot 10}{75} = \frac{100}{75}$$

$$\boxed{N = 1{,}33 \text{ C.V.}}$$

$$\therefore N_T = N\eta_T = 1{,}33 \times 0{,}75$$

$$\boxed{N_T = 1 \text{ C.V.}}$$

2 – Idem



- Fluido Perfeito
- Grandes Dimensões

a) Tipo de Máquina = ?

b) N_m = ? (η_m = 75%)

a) Equação de Bernoulli no trecho (1) – (2)

$H_1 + H_m = H_2$

$H_m = H_2 - H_1$

Cálculo de H_1:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = 10 + \frac{10^4}{10^3}$$

$\boxed{H_1 = 20m}$

Cálculo de H_2:

$$H_2 = Z_2 + \cancelto{0}{\frac{P_2}{\gamma}} + \cancelto{0}{\frac{V_2^2}{2g}} = 30$$

$H_2 = 30$ m

$H_m = H_2 - H_1 = 30 - 20$

$\boxed{H_m = 10m}$

$H_m > 0 \Rightarrow$ M é BOMBA

b) Potência da Bomba

$$N = \frac{\gamma Q H_B}{75} = \frac{10^3 \cdot 10^{-2} \cdot 10}{75}$$

$\boxed{N = 1{,}33 \text{ C.V.}}$

$$N_B = \frac{\gamma Q H_B}{\eta \cdot 75} = \frac{10^3 \cdot 10^{-2} \cdot 10}{75x0{,}75}$$

$N_B = 1{,}78$ C.V.

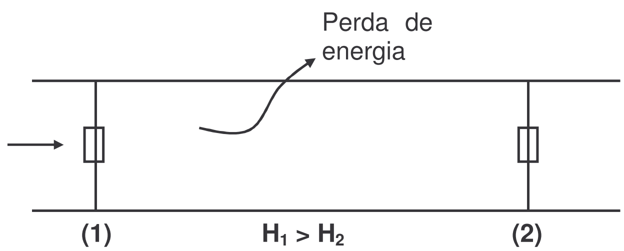
ou:

$$\eta_B = \frac{N}{N_B} \therefore N_B = \frac{N}{\eta_B} = \frac{1{,}33}{0{,}75}$$

$$\boxed{N_B = 1{,}78 \text{ C.V.}}$$

4.5- Equação de Bernoulli para Fluido Real e Presença de uma Máquina no Escoamento.

a) Sem Máquina



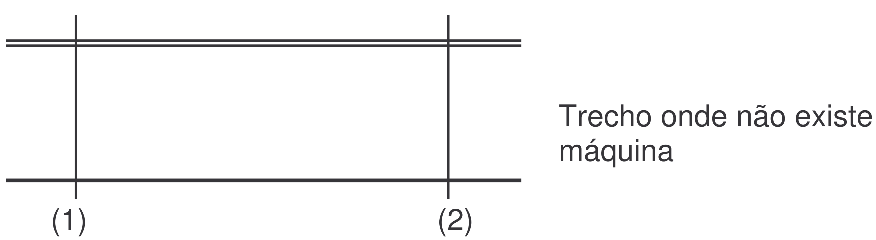
$H_1 > H_2$

$$\boxed{H_1 = H_2 + \mathbf{H_{P_{1,2}}}}$$

$H_{P_{1,2}}$ = Perda de energia de 1 para 2 por unidade de peso.

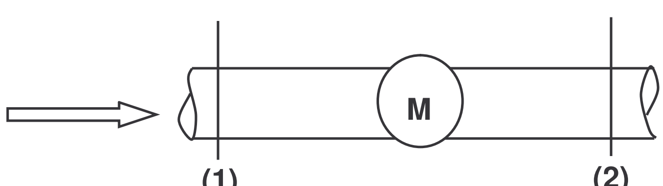
$H_{P_{1,2}}$ = Perda de carga (m, cm, mm)

Observação Importante: Sentido do escoamento



$H_1 > H_2 \therefore$ escoamento de (1) para (2)
$H_2 > H_1 \therefore$ escoamento de (2) para (1)

b) Com Máquina

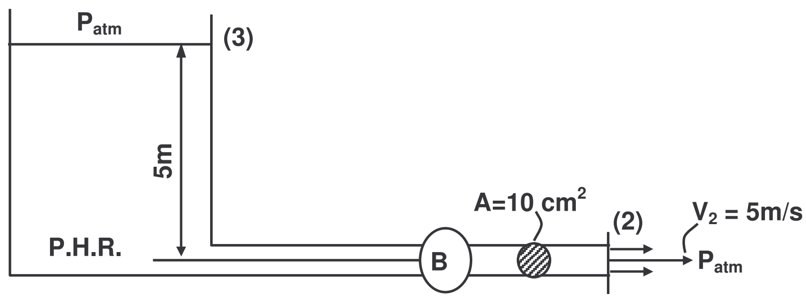


$$\boxed{H_1 + H_m = H_2 + H_{P1,2}}$$

Fluido Perfeito	**Fluido Real**
a) $\nexists$ máquina: $H_1 = H_2$	a) $\nexists$ máquina: $H_1 = H_2 + H_{P1,2}$
b) $\exists$ máquina $H_1 + H_m = H_2$	b) $\exists$ máquina $H_1 + H_m = H_2 + H_{P1,2}$

Exemplo:

1 – Calcular a perda de carga na instalação da figura.



Dados:

$N_B = 5$ C.V.

$\eta_B = 80\%$

$\gamma = 10^3$ kgf/m^3

g = 10 m/s

$H_{P_{1,2}} = ?$

Bernoulli:

$$H_1 + H_B = H_2 + H_{P_{1,2}} \Rightarrow H_{P_{1,2}} = H_1 - H_2 + H_B$$

$$H_1 = Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = 5 + 0 + 0$$

$H_1 = 5$ m

$$H_2 = \cancelto{0}{Z_2} + \cancelto{0}{\frac{P_2}{\gamma}} + \frac{V_2^2}{2g} = \frac{25}{20}$$

$H_2 = 1{,}25$ m

$$N_B = \frac{\gamma Q H_B}{75 \cdot \eta_B} \Rightarrow H_B = \frac{75\, N_B \cdot \eta_B}{\gamma Q}$$

$Q = V . A = 5 \times 10 \times 10^{-4} \Rightarrow Q = 5 . 10^{-3}\ m^3/s$

$$H_B = \frac{75 \cdot \cancel{5} \cdot 0{,}8}{\cancel{10^3} \cdot \cancel{5} \times \cancel{10^{-3}}}$$

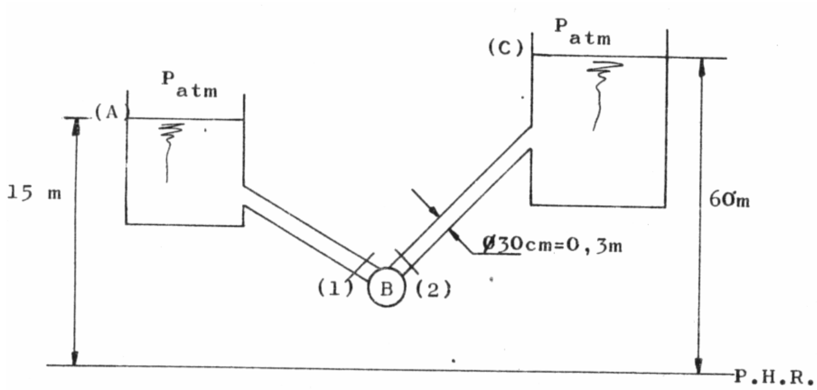
$$\boxed{H_B = 60m}$$

Substituindo : $H_{P_{1,2}} = 5 - 1{,}25 + 60$

$$\boxed{H_{P_{1,2}} = 63{,}75m}$$

2 – Uma bomba deve recalcar 0,15 m^3/s de óleo de peso específico 760 kgf/m^3 para o reservatório C.

Adotando que a perda de carga A a 1 seja 2,5m e de 2 a C, 6 m, determinar a potência da mesma se o rendimento é 75%.



$Q = 0{,}15\ m^3/s$

$\gamma = 760\ kgf/m^3$

$H_{P_{A,1}} = 2{,}5m$

$H_{P_{2,C}} = 6m$

$\eta_B = 75\%$

$\boxed{N = N_B.\eta_B}$ (1)

$\boxed{N = \gamma Q H_B}$ (2)

Bernoulli

$$H_A + H_B = H_C + H_{P_{A,1}} + H_{P_{2,C}}$$

$$\boxed{H_B = H_C + H_{P_{A,1}} + H_{P_{2,C}} - H_A} \quad (3)$$

$$\text{Cálculo de } H_A : H_A = Z_A + \cancelto{0}{\frac{P_A}{\gamma}} + \cancelto{0}{\frac{V_A^2}{2g}} = 15\text{m}$$

$\boxed{H_A = 15 \text{ m}}$

$$\text{Cálculo de } H_2 : H_C = Z_C + \cancelto{0}{\frac{P_C}{\gamma}} + \cancelto{0}{\frac{V_C^2}{2g}} = 60\text{m}$$

$\boxed{H_C = 60 \text{ m}}$

(3) $H_B = 60 + 2,5 + 6 - 15$

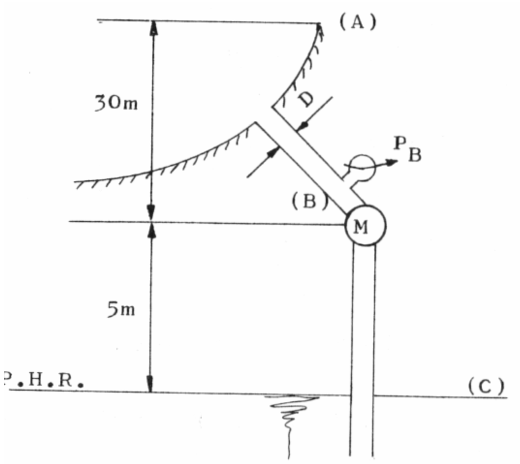
$\boxed{H_B = 53,5 \text{ m}}$

$$(2) \; N = \frac{760 \cdot 0,15 \cdot 53,5}{75}$$

$\boxed{N = 81,32 \text{ C.V.}}$

$$(1) \; N_B = \frac{N}{\eta_B} = \frac{81,32}{0,75} \qquad \boxed{N_B = 108 \text{ C.V}}$$

3 – Dada a instalação da figura, pedem-se:



a) H_A = ? H_B = ? H_C = ?
b) Sentido do escoamento
c) Tipo de máquina
d) $H_{P_{A,B}}$
e) Potência da máquina

Dados:

$H_{P_{B,C}} \cong 0$

Q = 3,14 m^3/s

D = 2 m

P_B = 4 kgf/cm^2 = 4 x 10^4 kgf/m^2

γ = 1000 kgf/m^3

g = 10 m/s^2

Cálculo de $\mathbf{V_B}$:

$$V_B = \frac{Q}{A} = \frac{3{,}14}{\frac{\pi \cdot D^2}{4}} = \frac{4}{4} = \therefore V_B = 1m/s$$

$$\text{a) } H_A = Z_A + \overset{0}{\cancel{\frac{P_A}{\gamma}}} + \overset{0}{\cancel{\frac{V_A^2}{2g}}} = 35 + 0 + 0$$

$$\boxed{H_A = 35 \text{ m}}$$

$$H_B = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \cancelto{0}{\frac{V_B^2}{2g}} = 5 + \frac{4x10^4}{10^3} + \frac{1}{20}$$

$H_B = 5 + 40 + 0,05$

$\boxed{H_B = 45,05\ m}$

$$H_C = Z_C + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{V_C^2}{2} = 0$$

$\boxed{H_C = 0}$

b) Sentido de escoamento (trecho sem máquina **A – B**)

$\boxed{H_B > H_A \Rightarrow \text{de (B) para (A)} \therefore \text{de (C) para (A)}}$

c) Tipo de máquina **(H_m)**

Equação de Bernoulli trecho com máquina **(C – A)**

$$H_C + H_m = H_A + H_{P_{C,A}} \Rightarrow H_m = H_A - H_C + H_{P_{C,A}}$$

$$H_{P_{C,A}} = \cancelto{0}{H_{P_{C,B}}} + H_{P_{B,A}} = H_{P_{B,A}}$$

$$H_{P_{C,A}} = H_{P_{B,A}}$$

Equação Bernoulli **(B – A):**

$$H_B = H_A + H_{P_{B,A}} \Rightarrow H_{P_{B,A}} = H_B - H_A = 45,05 - 35$$

$$H_{P_{B,A}} = 10,05m$$

$$\therefore H_{P_{C,A}} = 10,05m$$

Substituindo em **H_m** $\Rightarrow$ **$H_m = 35 - 0 + 10,05$**

$\boxed{H_m = 45,05\ m}$

$H_m > 0$ $\Rightarrow$ **M** é BOMBA

d) **$H_{P_{B,A}}$ = ?**

Bernoulli **(A,B)** $\quad H_B = H_A + H_{P_{B,A}} \Rightarrow H_{P_{B,A}} = H_B - H_A$

$\boxed{H_{P_{B,A}} = 10,05m}$

e) **N_B = ?** **η_B = 80%**

$$N_B = \frac{\gamma Q H_B}{\eta_B} = \frac{10^3 \cdot 3{,}14 \cdot 45{,}05}{75 \cdot 0{,}8} = \frac{141457}{60}$$

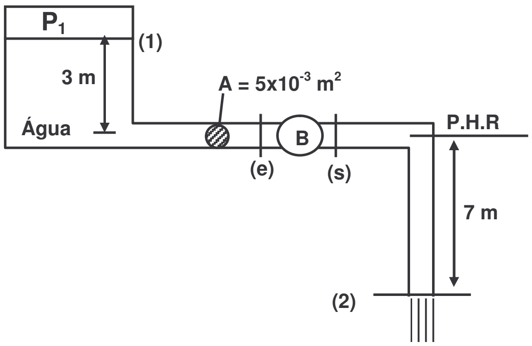
$$N_B = 2357{,}6 \ \text{C.V.}$$

4 – Dada a instalação da figura, pedem-se:

a) P_1

b) P_e

c) P_s



Q = 25 ℓ/s

$H_{P_{1,2}} = 3 \ m.c.a.$

$H_{P_{1,e}} = 0{,}5 \ m.c.a.$

$g = 10 m/s^2$

$\gamma = 10^3 \text{kgf/m}^3$

$N = 1 \ C.V.$

a) Cálculo **P_1**

Equação Bernoulli **(1) – (2)**

$$H_1 + H_B = H_2 + H_{P_{1,2}}$$

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \overset{0}{\frac{V_1^2}{2g}} + H_B = Z_2 + \cancel{\frac{P_2}{\gamma}}^{\,0} + \frac{V_2^2}{2g} + H_{P_{1,2}}$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = Z_2 - Z_1 + \frac{V_2^2}{2g} + H_{P_{1,2}} - H_B$$

onde:

Z_1 = 3 m

Z_2 = -7 m

$$V_2 = \frac{Q}{A} = \frac{25x10^{-3}}{5x10^{-3}} = 5m/s$$

$$H_{P_{1,2}} = 3m$$

$$N = \gamma Q H_B \Rightarrow H_B = \frac{75 \cdot 1}{10^3 \text{ x } 25 \text{ x} 10^{-3}} = 3m$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = -7 - 3 + \frac{25}{20} + \cancel{3} - \cancel{3}$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = -8{,}75m \Rightarrow \boxed{P_1 = -8750 kgf / m^2}$$

b) Cálculo de **Pe:**

Bernoulli (1) – (e): $H_1 = H_e + H_{p_{1,e}}$

$$V_e = \frac{Q}{A} = 5m/s$$

$$\frac{P_e}{1000} = 3 - \frac{8750}{1000} - \frac{25}{20} - 0{,}5$$

$$\frac{P_e}{1000} = 3 - 8{,}75 - 1{,}25 - 0{,}5$$

$$P_e = -7500\, kgf / m^2$$

c) Cálculo de $\mathbf{P_s}$

Bernoulli **(e) – (s) : $\mathbf{H_e + H_B = H_S}$**

$$\cancel{Z_e} + \frac{P_e}{\gamma} + \cancel{\frac{V_e^2}{2g}} + H_B = \cancel{Z_S} + \frac{P_S}{\gamma} + \cancel{\frac{V_S^2}{2g}}$$

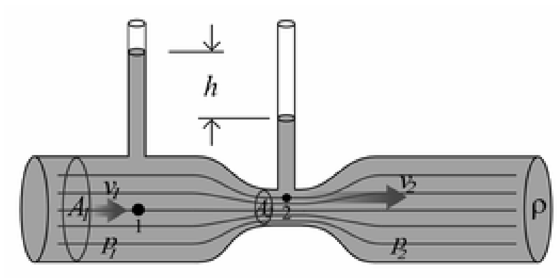
$$\frac{P_S}{\gamma} = \frac{P_e}{\gamma} + H_B \Rightarrow -7{,}5 + 3 = -4{,}5$$

$$\boxed{P_S = -4500\, kgf / m^2}$$

Capítulo 5

Algumas aplicações especiais da Equação de Bernoulli

5.1- Tubo Venturi (Venturímetro): Aparelho Medidor de Vazão.



Equação de Bernoulli **(1) – (2)**

$$H_1 = H_2 + \cancelto{\approx 0}{H_{P_{1,2}}}$$

$$\cancelto{0}{Z_1} + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \cancel{Z_2} + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} = \frac{P_1 - P_2}{\gamma} \qquad (1)$$

Mas: $\mathbf{Q_1 = Q_2}$ (continuidade) $\Rightarrow$ $\mathbf{V_1A_1 = V_2A_2}$

$$V_2 = \frac{V_1 \cdot A_1}{A_2}$$

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= \frac{\pi\, d_1^2}{4} \\ A_2 &= \frac{\pi\, d_2^2}{4} \end{aligned}\right\} \quad V_2 = V_1 \cdot \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \qquad (2)$$

Substituindo **(2)** em **(1)**

$$V_1^2\left[\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4 - 1\right] = 2g\frac{P_1 - P_2}{\gamma}$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{2g\frac{P_1 - P_2}{\gamma}}{\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4 - 1}}$$

onde:

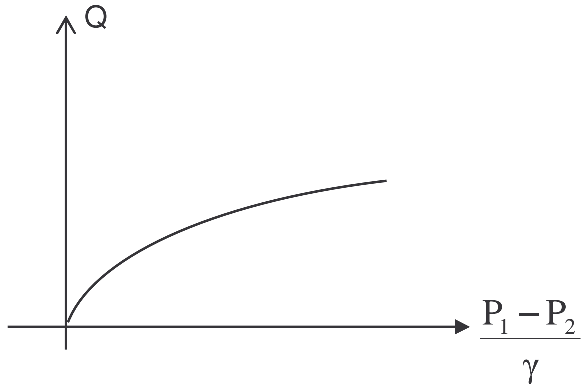
$$\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4 - 1}} = K$$

$$V_1 = K\sqrt{2g\frac{P_1 - P_2}{\gamma}}$$

$$\boxed{K = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4 - 1}}}$$

Mas: $Q = V_1 A_1 \therefore Q = K \cdot A_1\sqrt{2g\frac{P_1 - P_2}{\gamma}}$

Curva de calibração



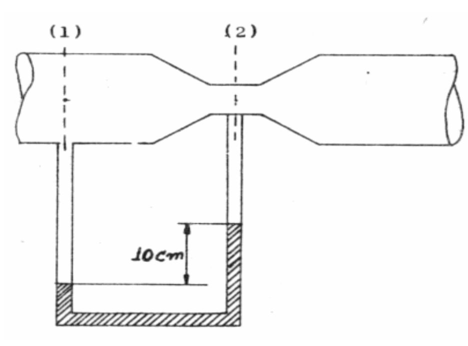
Exemplo:

Água escoa em regime permanente no tubo Venturi da figura.

A área A é de 20 cm^2 enquanto que a da garganta é 10 cm^2.

Um manômetro cujo líquido manométrico é mercúrio (γ_{Hg} = 13600 kgf/m^3) é ligado entre as seções (1) e (2) e indica o desnível mostrado na figura.

Pede-se a vazão de água que passa pelo Venturi $\gamma_{H_2O} = 1000$ kgf/m^3)·



$$P_1 + \gamma_{H_2O} \ x \ + \ \gamma_{H_2O} \cdot h - \gamma_{Hg} \cdot h - \gamma_{H_2O} \cdot x = P_2$$

$$P_1 - P_2 = \gamma_{Hg} \cdot h - \gamma_{H_2O} \cdot h$$

$$P_1 - P_2 = h(\gamma_{Hg} - \gamma_{H_2O}) = 0{,}1x(12600)$$

$$\boxed{P_1 - P_2 = 1260\,kgf/m^2}$$

$H_1 = H_2$

$$\cancel{Z}_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \cancel{Z}_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} = \frac{P_1 - P_2}{\gamma} \qquad (1)$$

$Q_1 = Q_2$

$$V_1A_1 = V_2A_2 \Rightarrow V_2 = V_1\frac{20}{10}$$

$$V_2 = 2V_1 \qquad (2)$$

(2) em **(1)**

$$\frac{4V_1^2 - V_1^2}{2g} = \frac{P_1 - P_2}{\gamma} \therefore 3V_1^2 = 2g\frac{P_1 - P_2}{\gamma}$$

$$V_1^2 = 8{,}4$$

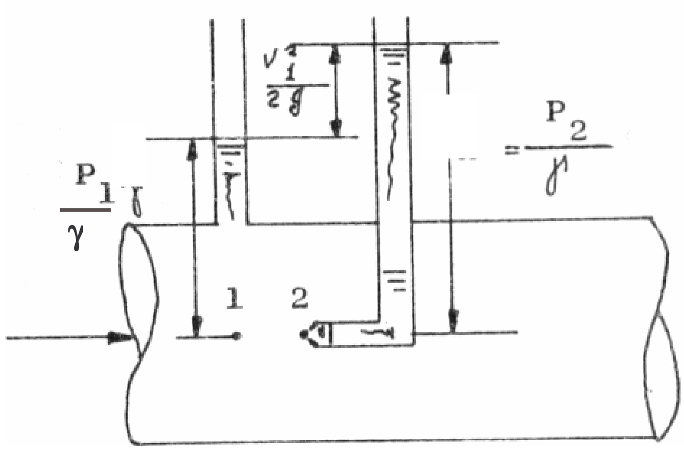
$$\boxed{\therefore V_1 = 2{,}9\,m/s}$$

$Q = V_1A_1 = 2{,}9 \ . \ 20 \times 10^{-4}$

$Q = 5{,}8 \times 10^{-3}\ m^3/s$

$\boxed{Q = 5{,}8\ \ell/s}$

5.2- <u>Tubo de Pitot</u>: Aparelho de Medida de Velocidade



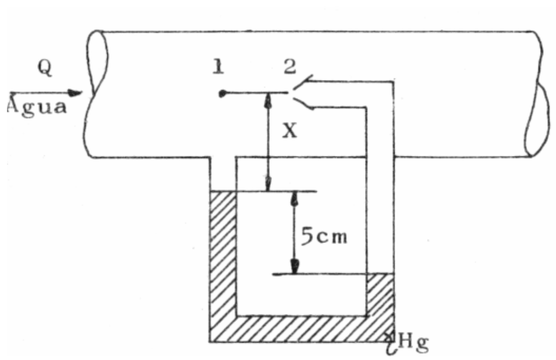
Equação de Bernoulli **(1) – (2):**

$H_1 = H_2$

$$\cancel{Z_1} + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \cancel{Z_2} + \frac{P_2}{\gamma} + \cancelto{0}{\frac{V_2^2}{2g}}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2 - P_1}{\gamma} \Rightarrow V_1 = \sqrt{2g \cdot \frac{P_2 - P_1}{\gamma}}$$

Na prática:



Exemplo:

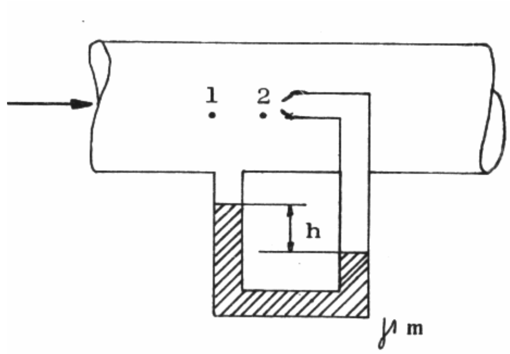
Num tubo de seção circular o diâmetro é 10 cm e admite-se uniforme o diagrama de velocidades.

Um tubo de Pitot está instalado de forma a medir a velocidade no eixo do tubo.

Determinar a vazão do tubo

$$\gamma_{H_2 0} = 1000 \ \ kgf / m^3$$

$$\gamma_{Hg} = 13600 \ \ kgf / m^3$$



$H_1 = H_2$

$$\cancel{Z_1} + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \cancel{Z_2} + \frac{P_2}{\gamma} + \cancel{\frac{V_2^2}{2g}}^{\,0}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2 - P_1}{\gamma} \Rightarrow V_1^2 = 2g\frac{P_2 - P_1}{\gamma}$$

$$\boxed{v_1 = \sqrt{2g\frac{P_2 - P_1}{\gamma}}}$$

Tubo em U: $P_1 + \gamma_{H_20} \cdot x + h \cdot \gamma_{Hg} \cdot \gamma_{H_2O} \cdot (x + h) =$

$= P_2$

$$P_2 - P_1 = \gamma_{H_2O}(x - x - h) + h\gamma_{Hg}$$

$$P_2 - P_1 = h \cdot \gamma_{Hg} - h\gamma_{H_2O} = h(\gamma_{Hg} - \gamma_{H_2O})$$

$$P_2 - P_1 = 0{,}05(13600 - 1000)$$

$$\boxed{P_2 - P_1 = 630 \;\; kgf/m^2}$$

$$\therefore V_1 = \sqrt{20 \cdot \frac{630}{1000}} \quad \Rightarrow \quad V_1 = \sqrt{12{,}6}$$

$$\boxed{V_1 = 3{,}55\, m/s}$$

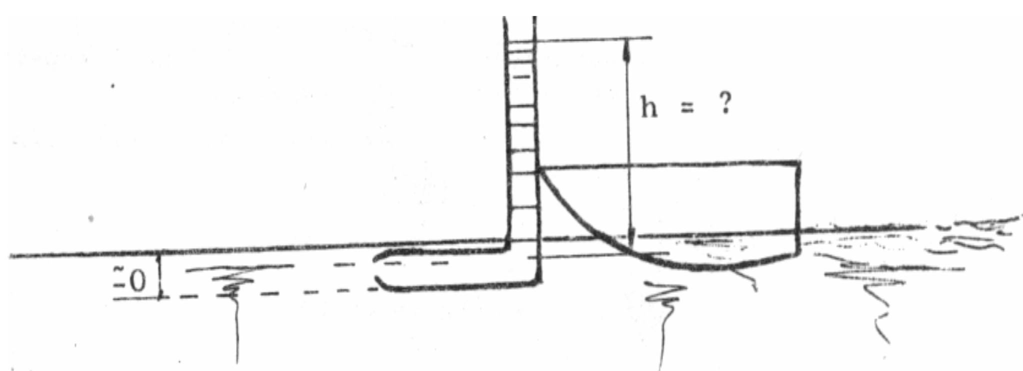
$$Q = V_1 A_1 = V_1 \cdot \frac{\pi d_1^2}{4} = 3{,}55 \cdot \frac{3{,}14 \text{ x } 0{,}01}{4}$$

$$\boxed{Q = 0{,}027\, m^3/s = 27\, \ell/s}$$

Proposto

Um Tubo de Pitot é preso num barco com v = 45 km/h de tal forma que a tomada do pitot fique a uma pequena profundidade.

Qual a altura alcançada pela água no ramo vertical?



Capítulo 6 — Análise Dimensional e Semelhança Mecânica

6.1- ANÁLISE DIMENSIONAL

1.1 – Grandezas Fundamentais e Derivadas

Grandezas Fundamentais - São aquelas que se expressam por si só, enquanto que as **Grandezas Derivadas** são as que são necessárias 3 grandezas fundamentais, para que se representem todas variáveis (Grandezas Derivadas) envolvidas na Mecânica.

			Ou ainda
F	-	**Força**	M, L, T
L	-	**Comprimento**	L, M, F
T	-	**Tempo**	T, M, F

1.2 – Equação Dimensional

Relaciona a grandeza derivada com as fundamentais
É constituída por produtos de potência das grandezas fundamentais

X – É uma grandeza (variável) : $[x] = F^{\alpha}\ L^{\beta}\ T^{\gamma}$

Exemplo:

a) Velocidade (v)

$$v = \frac{s}{t} \rightarrow [v] \text{ a equação dimensional}$$

$$\boxed{[v] = \frac{L}{T} = LT^{-1}}$$

b) Aceleração (a)

$$a\frac{v}{t} \rightarrow [a] = \frac{[v]}{[t]} = \frac{L}{T.T}$$

$$\boxed{[a] = \frac{L}{T^2} = LT^{-2}}$$

c) Área (A)

$$\boxed{[A] = L^2}$$

d) Volume (V)

$$\boxed{[V] = L^3}$$

e) Massa (m)

$$F = m.a \rightarrow [m] = \frac{[F]}{[a]}$$

$$\boxed{[m] = \frac{FT^2}{L} = FL^{-1} \ T^2}$$

f) Massa Específica (ρ)

$$\rho = \frac{m}{v} \rightarrow [\rho] = \frac{[m]}{[V]} \therefore [\rho] = \frac{FT^2}{L.L^3}$$

$$\boxed{[\rho] = \frac{FT^2}{L^4} = FL^{-4} \quad T^2}$$

g) Peso Específico (γ)

$$\gamma = \frac{G}{V} \rightarrow [\gamma] = \frac{[G]}{[V]}$$

$$\boxed{[\gamma] = \frac{F}{L^3} = F \ \ L^{-3}}$$

h) Viscosidade Dinâmica (μ)

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \rightarrow \mu = \frac{\tau \ dy}{dv}$$

$$\mu = \frac{Ft}{A} \ \frac{dy}{dv} \rightarrow [\mu] = \frac{[Ft]}{[A]} \ \frac{[dy]}{[dv]}$$

$$[\mu] = \frac{F}{L^2} \cdot \frac{L}{L/T}$$

$$\boxed{[\mu] = \frac{FT}{L^2} = FL^{-2} \ \ T}$$

i) Viscosidade Cinemática (ν)

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \rightarrow [\nu] = \frac{[\mu]}{[\rho]}$$

$$[\nu] = \frac{FL^{-2}\ \ T}{FL^{-4}\ \ T^2}$$

$$\boxed{[\nu] = \frac{L^2}{T} = L^2\ \ T^{-1}}$$

1.3 – <u>Número Adimensional ou Número π</u>

É toda variável cuja equação dimensional é da forma:

[π] = Fº Lº Tº

Exemplo:

a) Número de Reynolds (Re)

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} \qquad [Re] = \frac{[\rho][v][L]}{[\mu]}$$

$$[Re] = \frac{F\,L^{-4}\ T^2 \cdot\ L\,T^{-1} \cdot L}{F\,L^{-2}\ T} \rightarrow [Re] = F^{º}\,L^{º}\,T^{º}$$

b) Número de Euler (Eu)

$$Eu = \frac{F}{\rho V^2 L^2}$$

$$[Eu] = \frac{[F]}{[\rho][v]^2\ [L]^2}$$

$$[Eu] = \frac{F}{FL^{-4}T^2 \cdot L^2T^{-2} \cdot L^2}$$

$$[Eu] = F^{º}L^{º}T^{º}$$

c) Número de Froude (Fr)

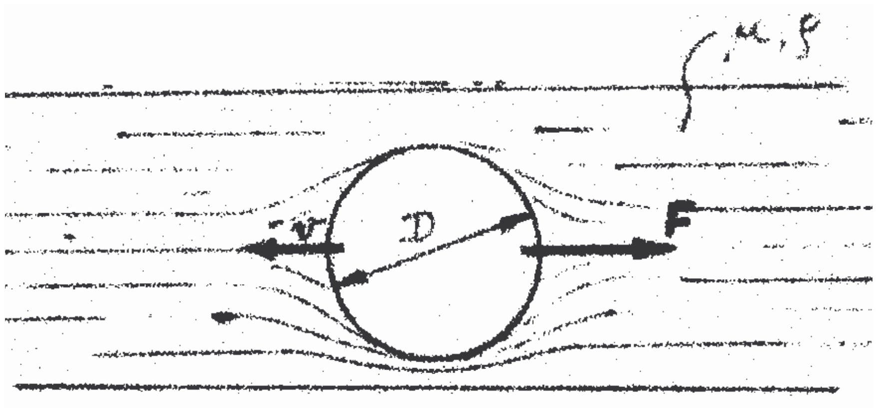
$$Fr = \frac{v^2}{L.g}$$

$$[Fr] = \frac{[v]^2}{[L]\cdot[g]} = \frac{L^2 \cdot T^{-2}}{L.L.T^{-2}}$$

$$[Fr] = F^{º}L^{º}T^{º}$$

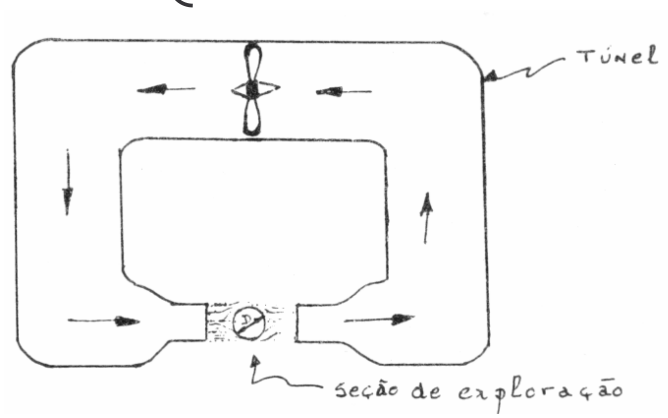
1.4 – Análise Dimensional e Pesquisa

Por exemplo: suponhamos que se pretenda determinar F, quaisquer que sejam as demais grandezas



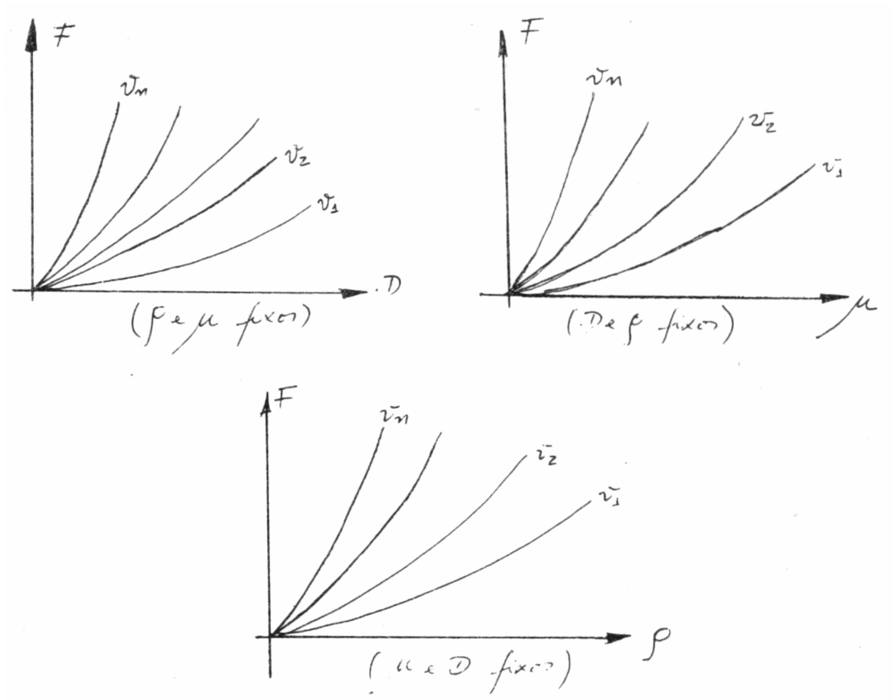
No Laboratório

Equipamento
- túnel aerodinâmico (fluido compressível)
- ou canal aberto sob controle (fluido incompressível)
- dinamômetros e balanças
- viscosímetros
- e outros aparelhos de medida.



Materiais
- várias esferas: D_1; D_2;.............................D_n
- vários fluidos (mesma ρ) e μ_1; μ_2;............μ_n
- vários fluidos (mesma μ) e ρ_1; ρ_2;............ρ_n

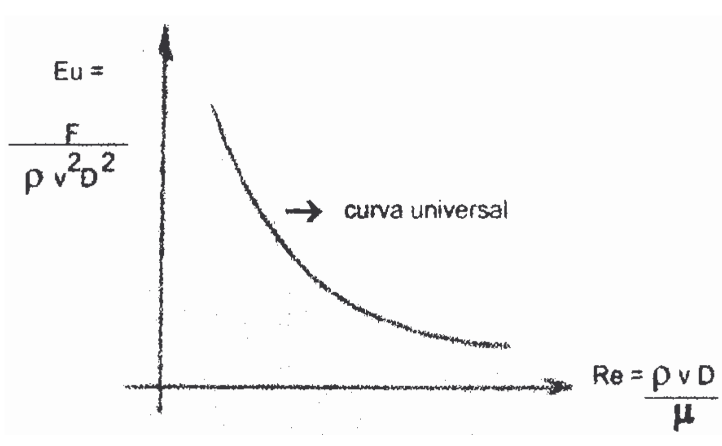
Para caracterizar o fenômeno físico, através da experiência, chegaríamos a uma infinidade de curvas:



F, ρ, v,D, μ → No Laboratório

Pelo Teorema dos π ou de Buckingham da Análise Dimensional, demonstra-se que existe uma função de 2 números adimensionais formados por combinação adequada das grandezas envolvidas rigorosamente equivalente à função dada:

$$\pi_1 = \varnothing(\pi_2) \text{ onde } \pi_1 \ \frac{F}{\rho v^2 D^2} = Eu \text{ e } \pi_2 = \frac{\rho v D}{\mu} = Re \ \therefore \ Eu = \varnothing(Re) \text{ ou } \varnothing\,(Eu, Re) = 0$$

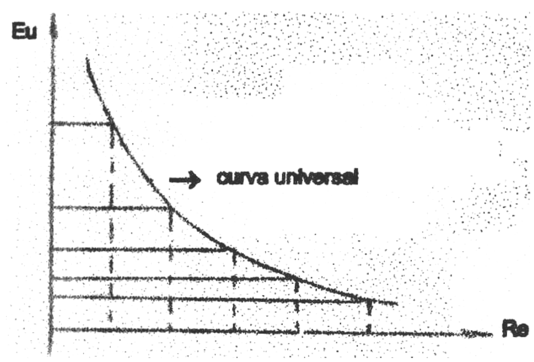


<u>Levantamento da Curva Universal</u>

Toma-se uma única esfera de diâmetro D_o e movimenta-se a mesma num único fluido, de massa específica ρ_0 e viscosidade μ_0, calcula-se Re e a cada força F_0 correspondente, calcula-se Eu.

V_0	Re	F_0	Eu
⋮	⋮	⋮	⋮

Traça-se a curva universal:



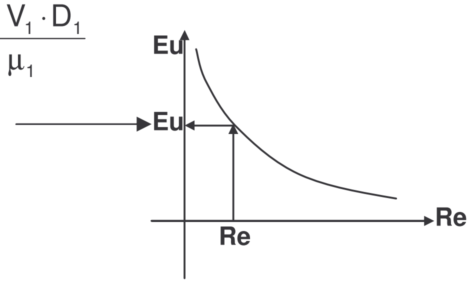
<u>Problema</u>

Pretende-se movimentar uma esfera de diâmetro D_1 num fluido de massa especifica ρ_1 e viscosidade dinâmica μ_1 e com velocidade v_1; qual será a força oposta ao movimento F_1?

<u>Solução</u>:

a) Tendo-se v_1; ρ_1; D_1 e μ_1, calcula-se $Re = \dfrac{\rho_1 \cdot V_1 \cdot D_1}{\mu_1}$

b) Vai-se à curva universal e determina-se Eu



c) Tendo-se Eu calcula-se F_1 → $Eu = \dfrac{F_1}{\rho_1 \cdot V_1^2 . D_1^2}$ $\therefore$ $\boxed{F_1 = Eu.\rho_1 \cdot V_1^2 \cdot D_1^2}$

1.5 – <u>Teorema dos π ou de Buckingham</u>

Sejam x_1; x_2;..........x_n as n variáveis que intervêm em dado fenômeno físico.

Sejam π_1; π_2;..........π_k os k adimensionais independentes, construídos com base nas variáveis x_1, x_2..........$x_{n.}$

OBSERVAÇÃO: Adimensionais independentes → devem diferir pelo menos em uma de suas variáveis.

Se f (x_1, x_2,..........,x_n) = 0

então existe uma outra função, rigorosamente equivalente à anterior, com base nos adimensionais, π_1; π_2;..........$\pi_{k,}$ ou seja:

$\varnothing$ (π_1; π_2;..........,π_k) = 0

a) No laboratório determinar x_1, x_2, ...x_n (n)
b) Escrever as equações dimensionais de cada uma das variáveis, definindo pois o nº de grandezas fundamentais envolvidas no fenômeno (r).

Exemplo: (1) – a) F, ρ, v, D, μ (n=5)

b)
$$\left.\begin{aligned} [F] &= F \\ [\rho] &= FL^{-4}\,T^2 \\ [v] &= LT^{-1} \\ [D] &= L \\ [\mu] &= FL^{-2}\,T \end{aligned}\right\} \quad r = 3$$

$\boxed{\text{BASE} = \rho, v, D}$

c) O nº de adimensionais (k) será sempre <u>n-r</u> $\therefore$ k = 5 - 3 = 2

d) Escolher uma “Base”, constituída por **“r”** variáveis independentes.

As grandezas dir-se-ão independentes quando não é possível formar com as mesmas um produto adimensional. Ex: ρ, v, D

$[\rho] = FL^{-4}\,T^2$

$[v] = LT^{-1}$

$[D] = L$

e) Cada adimensional será constituído por produtos de potências, com as variáveis da base, por uma das variáveis não pertencentes à base.

$$\pi_1 = \rho^{a_1} \cdot v^{b_1} \cdot D^{c_1} \cdot F \rightarrow F^0 L^0 T^0 = (FL^{-4}T^2)^{a_1} . (LT^{-1})^{b_1} \cdot L^{c_1} \cdot F$$

F → 0 = a_1 + 1 ∴ a_1 = -1

L → 0 = -4a_1 + b_1 + c_1 ∴ c_1 = -2

T → 0 = 2a_1 – b_1 ∴ b_1 = -2

$$\pi_1 = \rho^{-1} \cdot v^{-2} \cdot D^{-2} \cdot F \;\therefore\; \pi_1 = \frac{F}{\rho v^2 D^2} = Eu$$

$$\pi_2 = \rho^{a_2} \cdot v^{b_2} \cdot D^{c_2} \cdot \mu \rightarrow F^0 L^0 T^0 = \left(FL^{-4}T^2\right)^{a_2} \cdot \left(LT^{-1}\right)^{b_2} \cdot L^{c_2} \cdot FL^{-2}T$$

F → 0 = a_2 + 1 ∴ a_2 = -1

L → 0 = -4$^{a}{}_2$ + b_2 + c_2 - 2 ∴ c_2 = -1

T → 0 = 2a_2 – b_2 +1 ∴ b_2 = -1

$$\pi_1 = \rho^{-1} \cdot v^{-1} \cdot D^{-1} \cdot \mu \therefore \pi_2 = \frac{\mu}{\rho v D} \rightarrow \frac{1}{\pi_2} = \frac{\rho v D}{\mu} = Re$$

Se escolhermos outra “base”:

F, v, D, μ, ρ (n = 5)

$$\left.\begin{array}{l}[F] = F \\ [v] = LT^{-1} \\ [D] = L \\ [\mu] = FL^{-2}\,T \\ [\rho] = FL^{-4}\,T^2\end{array}\right\} r = 3 \qquad k = 2$$

BASE = μ, v, D

$$\pi_1 = \mu^{a_1} \cdot v^{b_1} \cdot D^{c_1} \cdot F \rightarrow F^0L^0T^0 = (FL^{-2}T)^{a_1} \cdot (LT^{-1})^{b_1} \cdot L^{c_1}.F$$

F → $0 = a_1 + 1 \quad \therefore \quad a_1 = -1$

L → $0 = -2a_1 + b_1 + c_1 \quad \therefore \quad c_1 = -1$

T → $0 = a_2 - b_1 \quad \therefore \quad b_1 = -1$

$$\therefore \pi_1 = \frac{F}{\mu v D}$$

$$\pi_1 = \mu^{a_2} \cdot v^{b_2} \cdot D^{c_2} \cdot \rho \rightarrow F^0L^0T^0 = (FL^{-2}T)^{a_2} \cdot (LT^{-1})^{b_2} \cdot L^{c_2}.FL^{-4}T^{-2}$$

F → $0 = a_2 + 1 \quad \therefore \quad a_2 = -1$

L → $0 = -2^{a}{}_2 + b_2 + c_2 - 4 \quad \therefore \quad c_2 = 1$

T → $0 = a_2 - b_2 + 2 \; \therefore \quad b_2 = 1$

$$\therefore \pi_2 = \frac{\rho v D}{\mu} = Re$$

Observem que poderíamos obter Eu a partir de π_1 e π_2.

$$\frac{\pi_1}{\pi_2} = \pi'_1 = \frac{F}{\rho \; v^2 \; D^2} = Eu$$

Exemplo: (2) – Estudemos o fenômeno envolvendo as variáveis do nº de Froude (Fr).

Variáveis: L, g, v $\quad \therefore \quad n = 3$

$$\left.\begin{array}{l} [L] = L \\ [g] = LT^{-2} \\ [v] = LT^{-1} \end{array}\right\} \qquad r = 2$$

$\therefore$ k = n – r = 3 – 2 = 1 e, como r = 2, tomemos como base: v, L.

$$\pi = v^{a_1} \cdot L^{b_1} \cdot g$$

$$L^0T^0 = (LT^{-1})^{\overset{a}{1}} \cdot L^{\overset{b}{1}} \cdot LT^{-2}$$

L → $0 = a_1 + b_1 + 1 \quad \therefore \quad b_1 = 1$

T → $0 = -a_2 - 2 \quad \therefore \quad a_2 = -2$

$$\therefore \pi = \frac{Lg}{v^2} \rightarrow Fr = \frac{v^2}{Lg}$$

Obs.: O nº de Froude é sempre constante no fenômeno físico queda livre de um corpo.

$Fr = 2$,

pois: $v = \sqrt{2\ g\ h}$

Exemplo: (3) – Uma bomba centrífuga envolve as seguintes variáveis:

gHm = aceleração da gravidade x carga manométrica da bomba

Q = vazão em volume

D = diâmetro do rotor da bomba

n = rotação do rotor por unidade de tempo

ρ = massa específica do fluído

μ = viscosidade absoluta do fluido

Quantos e quais são os adimensionais que representam o fenômeno físico de escoamento do fluido pela bomba centrífuga?

$[g.Hm] = L^2\ T^{-2}$

$[Q] = L^3\ T^{-1}$

$[D] = L$

$[n] = T^{-1}$

$[\rho] = FL^{-4} T^2$

$[\mu] = FL^{-2} T$

Solução sintetizada:

a) n = 6 b) r = 3 c) k = 3 d) base: ρ, η, D, ou ρ, Q, D

e) $$\pi_1 = \frac{gHm}{n^2D^2} = \psi \text{ (coeficiente manométrico)}$$

$$\pi_2 = \frac{Q}{nD^3} = x \text{ (coeficiente de vazão)}$$

$$\pi_3 = \frac{\rho n D^2}{\mu} = Re$$

6.2- NÚMEROS ADIMENSIONAIS IMPORTANTES

Seja:

F (ρ, v, L, μ, F, g, c) = 0

ρ = massa específica do fluido

v = velocidade característica

L = comprimento característico

μ = viscosidade dinâmica do fluido

F = força oposta ao movimento

g = aceleração da gravidade

c = velocidade do som

a) Numero de Reynolds (Re)

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{vL}{\mu / \rho} = \frac{vL}{\nu}$$

Demonstra-se que:

$$Re = \frac{\text{forças de inércia}}{\text{forças de atrito viscosos}} = \frac{Fi}{Fv}$$

$$\frac{Fi}{Fv} = \frac{m \cdot a}{\tau \cdot A} = \frac{\rho V \frac{v}{T}}{\mu \frac{v}{L} A} = \frac{\rho L^3 \frac{v}{t}}{\mu \frac{v}{L} L^2} = \frac{\rho v L}{\mu}$$

$$\frac{Fi}{Fv} = \frac{\rho v L}{\mu} = Re \qquad \textbf{cqd}$$

Ex: Escoamento de fluido incompressível em condutos forçados

$$Re = \frac{\rho v D_H}{\mu} = \frac{v D_H}{\nu}$$

$$\left.\begin{array}{l} Re \leq 2000 \text{ escoamento laminar} \\ 2000 < Re < 4000 \text{ escoamento de transição} \\ Re \geq 4000 \text{ escoamento turbulento} \end{array}\right\} \quad \textbf{ABNT}$$

b) Número de Euler (Eu)

$$\boxed{Eu = \frac{F}{\rho v^2 L^2} = \frac{\Delta P}{\rho v^2}}$$

Demonstra-se

$$Eu = \frac{\text{forças de inércia}}{\text{forças de atrito viscosas}} = \frac{F\Delta p}{Fi}$$

$$\frac{F\Delta p}{Fi} = \frac{\Delta p.A}{m.a} = \frac{\Delta p.A}{\rho V \cdot \frac{v}{T}} = \frac{\Delta p \cdot L^2}{\rho L^3 \frac{v}{T}} = \frac{\Delta p}{\rho v^2}$$

$$\frac{F\Delta p}{Fi} = \frac{\Delta p}{\rho v^2} = Eu \qquad \textbf{cqd}$$

Ex: Escoamento de fluidos em tubos, em máquinas hidráulicas, em torno de corpos submersos (aerodinâmica)

c) Número de Froude (Fr)

$$\boxed{Fr = \frac{v^2}{Lg}}$$

Demonstra-se que:

$$Fr = \frac{\text{Força de inércia}}{\text{Forças de gravidade}} = \frac{Fi}{Fg}$$

$$\frac{Fi}{Fg} = \frac{m \cdot a}{m \cdot g} = \frac{\rho V \frac{v}{T}}{\rho V g} = \frac{L^3 \frac{v}{T}}{L^3 g} = \frac{v^2}{Lg}$$

$$\frac{Fi}{Fg} = \frac{v^2}{Lg} = Fr \qquad \textbf{cqd}$$

Ex: Escoamento em rios, canais, vertedouros, ação de ondas sobre estruturas de navios, etc.

d) Número de Mach ($\mathfrak{M}$)

$$\boxed{\mathfrak{M} = \frac{v}{c}}$$

Demonstra-se que:

$$\mathfrak{M} = \sqrt{\frac{\text{forças de inércia}}{\text{forças de compressibilidade}}} = \sqrt{\frac{Fi}{Fc}}$$

Ex: No escoamento de fluidos compressíveis

$\mathfrak{M} < 1 \rightarrow v < c$ escoamento subsônico

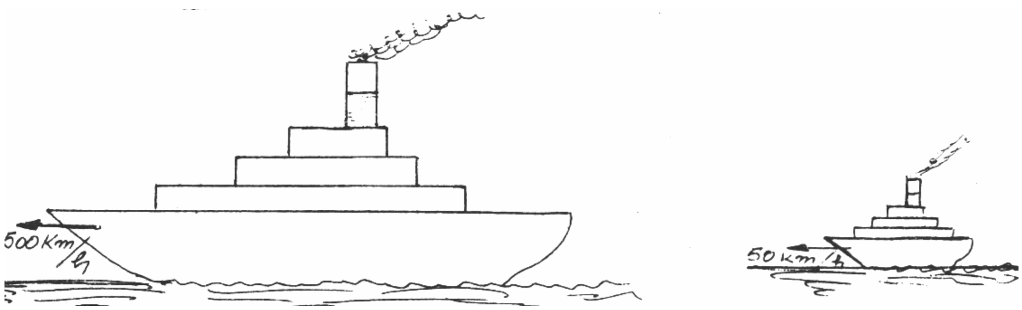
$\mathfrak{M} = 1 \rightarrow v = c$ escoamento sônico

$\mathfrak{M} > 1 \rightarrow v > c$ escoamento supersônico

6.3- SEMELHANÇA – TEORIA DOS MODELOS

6.1 – <u>Introdução</u>

Seja 1:10 a escala de redução



Não é válido relacionar-se as velocidades pela escala de redução. Sendo assim, sendo:

$$Kx = \frac{xm}{Xp} \quad \therefore \quad K_L = \frac{1}{10}, \text{pergunta - se} : K_v = \frac{Vm}{v_p} = ?$$

6.2 – <u>Condições de Semelhança</u>

a) <u>Semelhança Geométrica</u> – Dois corpos são geometricamente semelhantes quando tem o mesmo formato, ou seja, as suas dimensões correspondentes são proporcionais.

$$\boxed{\text{Ex: } \frac{am}{ap} = \frac{bm}{bp} = \frac{Lm}{Lp}}$$

b) <u>Semelhança Cinemática</u> – Há semelhança cinemática entre modelo e protótipo quando, em pontos homólogos, são iguais as relações de velocidades.

Ex: $\boxed{\frac{V_1m}{V_1p} = \frac{v_2m}{v_2p} = \frac{vm}{vp}}$

c) <u>Semelhança Dinâmica</u> – Há semelhança dinâmica entre modelo e protótipo quando, em pontos homólogos, são iguais as relações de forças.

Ex: Fi, Fv, Fp, Fg, Fc

$$\frac{Fim}{Tip} = \frac{Fvm}{Fvp} = \frac{Fpm}{Fpp} = \frac{Fgm}{Fgp} = \frac{Fcm}{Fcp}$$

d) Confronto entre a Análise Dimensional e a Semelhança Mecânica

$$\frac{Fim}{Fvm} = \frac{Fip}{Fvp} \rightarrow Re\,m = Re\,p$$

$$\frac{Fpm}{Fim} = \frac{Fpp}{Fip} \rightarrow Eu\,m = Eu\,p$$

$$\frac{Fim}{Fgm} = \frac{Fip}{Fgp} \rightarrow Fr\,m = Fr\,p$$

$$\sqrt{\frac{Fim}{Fcm}} = \sqrt{\frac{Fip}{Fcp}} \rightarrow \mathfrak{M}_m = \mathfrak{M}_p$$

Genericamente:

π_{1m}	=	π_{1p}
π_{2m}	=	2p
‘		‘
‘		‘
‘		‘
π_{km}	=	π_{kp}

6.3 – <u>Escalas de Semelhança</u>

Escala de Semelhança é o quociente de uma mesma grandeza, uma referida ao modelo, a outra referida ao protótipo.

Ex:

$$K_L = \frac{Lm}{Lp} : \text{Escala geométrica}$$

$$K_v = \frac{vm}{Vp}$$

$$K_\rho = \frac{\rho m}{\rho p}; K\gamma = \frac{\gamma m}{\gamma p}$$

$$K_\mu = \frac{\mu m}{\mu p}; K\nu = \frac{\nu m}{\nu p}$$

$$K_F = \frac{Fm}{Fp}; K\Delta p = \frac{\Delta pm}{\Delta pp}$$

$$K_g = \frac{gm}{gp}; Kc = \frac{cm}{cp}$$

<u>Relações entre Escalas</u>

$$-1] \text{Re}\,m = \text{Re}\,p \rightarrow \frac{\rho m\ \ vm\ \ Lm}{\mu m} = \frac{\rho p\ \ vp\ \ Lp}{\mu p}$$

$$\frac{\rho m\ \ vm\ \ Lm =}{\rho p\ \ vp\ \ Lp =} \frac{\mu m}{\mu p}$$

$$K\rho \cdot Kv \cdot KL = K\mu \qquad \text{ou} \qquad Kv \cdot KL = K_\nu \qquad (\nu = \mu/\rho)$$

$$-2] \text{Eum} = \text{Eup} \rightarrow \frac{Fm}{\rho m\, vm^2\ L^2 m} = \frac{Fp}{\rho p\, vp^2\ L^2 p}$$

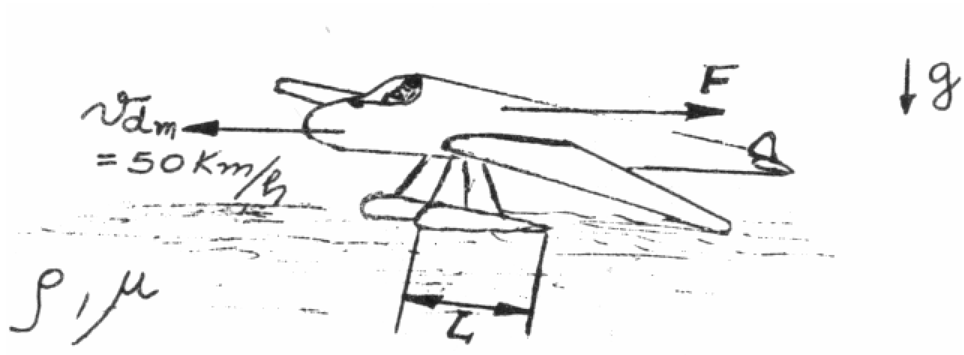
$$\frac{Fm}{Fp} = \frac{\rho m}{\rho p} \cdot \left[\frac{vm^2}{vp}\right] \cdot \left[\frac{Lm^2}{Lp}\right]$$

$$\boxed{K_F = K\rho\ .\ Kv^2\ .\ KL^2} \quad \text{ou} \quad \boxed{K\Delta p = K\rho\ .\ Kv^2}$$

$$-3] \text{Frm} = \text{Frp} \rightarrow \frac{vm^2}{Lm\ \ gm} = \frac{vp^2}{Lp\ \ gp}$$

$$\left[\frac{Vm}{vp}\right]^2 = \frac{Lm \cdot gm}{Lp \cdot gp} \rightarrow \boxed{k^2 v = KL \cdot Kg}$$

Ex: 1



$K_L = \frac{1}{10}; f(F, v, \rho, \cancel{\mu}, L, g) = 0 \therefore n = 5$

Nem todas as variáveis envolvidas em um dado fenômeno devem ocasionar variações substanciais entre modelo e o protótipo ou, em outras palavras, algumas variáveis são pouco representativas. É o caso aqui de μ, pois as forças viscosas são desprezíveis em relação às de inércia.

Pergunta-se:

$V_p = ?$

$K_F = ?$

$$\left.\begin{aligned} [F] &= F \\ [v] &= LT^{-1} \\ [\rho] &= FL^{-4}\,T^{2} \\ [L] &= L \\ [g] &= LT^{-2} \end{aligned}\right\} \quad r = 3$$

Base: ρ, v, L

<u>k = 5 – 3= 2</u>

$$\pi_1 = \rho^{a_1} v^{b_1} L^{c_1} \quad F$$

$$\pi_2 = \rho^{a_2} v^{b_2} L^{c_2} \quad g$$

$$[\pi_1] = (FL^{-4}T^{2})^{a_1} \cdot (LT^{-1})^{b_1} \cdot L^{c_1} \cdot F = F^0 L^0 T^0$$

$$\left.\begin{array}{l} F \rightarrow 0 = \quad a_1 + 1 \quad \therefore\ a_1 = -1 \\ L \rightarrow 0 = -4a_1 + b_1 + c_1 \ \therefore c_1 = -2 \\ T \rightarrow 0 = 2a_1 - b_1 \ \therefore b_1 = -2 \end{array}\right\} \qquad \pi_1 = \frac{F}{\rho v^2 L^2} = Eu$$

$$[\pi_2] = (FL^{-4}T^2)^{\overset{a}{2}} \cdot (LT^{-1})^{\overset{b}{2}} \cdot L^{\overset{c}{2}} \cdot T^{-2} = F^0 L^0 T^0$$

$$\pi_2 \left\{\begin{array}{l} F \rightarrow 0 = a_2 \ \therefore a_2 = 0 \\ L \rightarrow 0 = -4a_2 + b_2 + c_2 + \ \therefore c_2 = 1 \\ T \rightarrow 0 = 2a_2 - b_2 - 2 \therefore b_1 = -2 \end{array}\right\} \qquad \pi_2 = \frac{Lg}{v^2} \Rightarrow \frac{1}{\pi_2} = Fr$$

$$Eu = \frac{F}{\rho V^2 L^2}$$

<u>Condições de Semelhança</u>

$$Fr = \frac{v^2}{Lg} \qquad \left\{\begin{array}{l} Eu_m = Eu_p \\ Fr_m = Fr_p \end{array}\right.$$

$$\frac{vm^2}{Lm \cdot g} = \frac{v^2 p}{Lpg} \therefore \frac{vm^2}{vp^2} = \frac{Lm}{Lp} \rightarrow K_L = Kv^2 \therefore Kv = \sqrt{\frac{1}{10}} = \frac{vm}{vp}$$

$$Vp = vm \cdot \sqrt{10}$$

$$Vp = 50\sqrt{10}\ km/h \therefore \underline{vp = 158\ km/h}$$

$$\frac{Fm}{\rho m \cdot vm^2 \cdot L^2 m} = \frac{Fp}{\rho p.v^2 p \cdot L^2 p} \rightarrow \frac{Fm}{Fp} = \frac{\rho m \cdot v^2 m \cdot L^2 m}{\rho p \cdot v^2 p \cdot L^2 p}$$

$$K_F = K\rho\, k_v^2\, k_L^2 = 1x\frac{1}{10}x\frac{1}{100} = \frac{1}{1000} \therefore \underline{K_F = 1:1000}$$

Ex: 2 Bomba Centrífuga ($D_m = D_p$)

Modelo $\begin{cases} n_m = 1800 \text{ rpm} \\ Q_m = 3\ \ell/s \\ Hm_m = 18m \end{cases}$

Protótipo $\begin{cases} n_p = 1500 \text{ rpm} \\ Q_p = ? \\ Hm_p = ? \end{cases}$

Temos:

$$\psi = \frac{gHm}{n^2D^2}$$

$$x = \frac{Q}{nD^3}$$

<u>Condição de Semelhança:</u>

a) $x_m = x_p$

$$\frac{Qm}{n_m D^3{}_m} = \frac{QP}{n_p D^3{}_p}$$

$$\frac{Qm}{Qp} = \frac{n_m D^3{}_m}{n_p D^3{}_p} = K_Q = K_n \cdot K_D^3 = K_n \quad \therefore \quad K_Q = \frac{Q_m}{Q_p} = \frac{n_m}{n_p}$$

$$Q_p = \frac{Q_m n_p}{n_m}$$

$$Q_p = 3x\frac{1500}{1800} \therefore \underline{Q_p = 25\ell/s}$$

b) $\psi_m = \psi_p$

$$\frac{g_m \; Hm_m}{n^2{}_m D^2{}_m} = \frac{g_p Hm_p}{n_p{}^2 D_p{}^2}$$

$$\frac{Hm_m}{Hm_p} = \frac{n_p{}^2 D^2{}_m}{n_p{}^2 D_p{}^2} \rightarrow K_{Hm} = K^2 n \cdot K^2 D$$

$$K_{Hm} = K^2 n = \left[\frac{1800}{1500}\right]^2 = \frac{18}{Hm_p} \rightarrow Hm_p = 18 \cdot \left[\frac{1500}{1800}\right]^2$$

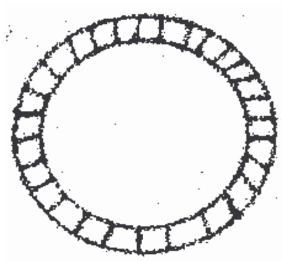
$$Hm_p = 18 \cdot \frac{25}{36} \quad \therefore \quad \underline{Hm_p = 12{,}5m}$$

Capítulo 7

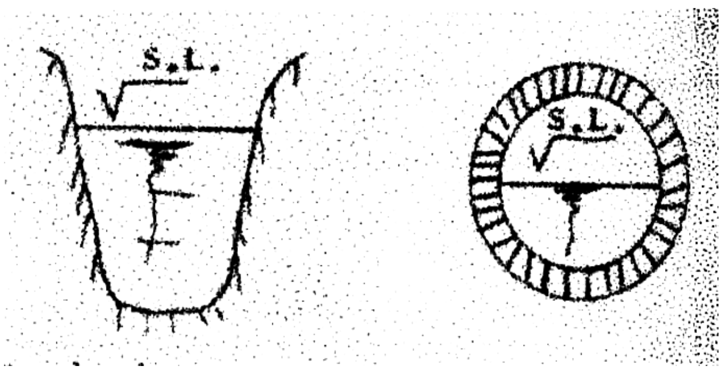
Escoamento de Fluidos Incompressíveis em Condutos Forçados em Regime Permanente Aplicações às Instalações Hidráulicas

7.1- Conduto: é toda estrutura sólida destinada ao transporte de um fluido, líquido ou gás. Classificam-se em:

- Conduto forçado: toda a face interna do conduto está em contato com o fluido em movimento. Ex: Tubulações de sucção e recalque, oleodutos, gasodutos.

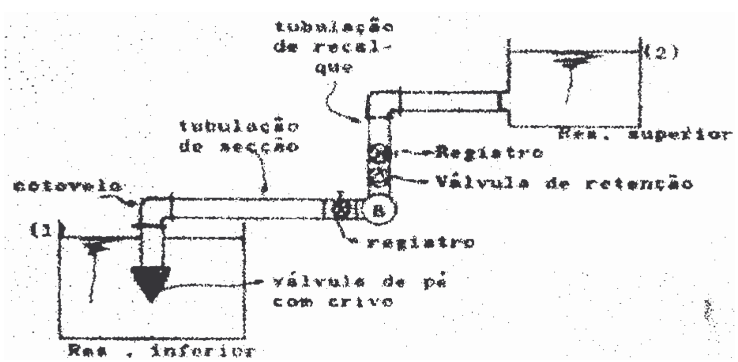


- Conduto Livre: apenas parcialmente a face do conduto está em contato com o fluido em movimento. Ex: esgotos, calhas, leitos de rios.



7.2- Tipos de perda de carga dos condutos

Ex:

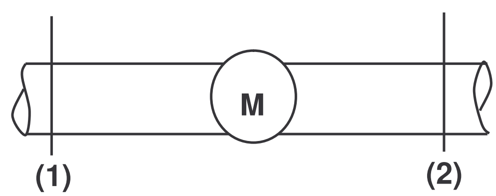


a) Perda de carga distribuída: é a perda que se dá em trechos retos de condutos cilíndricos (A = cte) devido ao atrito viscoso entre as partículas fluidas produzido pelas tensões de cisalhamento (h_f).

b) Perda de carga singular (Localizada): é a perda que se dá devido a uma mudança brusca no escoamento do fluido. (h_s ou h_ℓ).
   - Mudanças bruscas de direção (curvas e cotovelos)
   - Mudanças bruscas de seção (alargamento ou estreitamentos)
   - Outras singularidades: registros, válvulas de pé e de retenção, medidores de vazão, flanges, tês.

$$\boxed{H_{p_{1,2}} = \sum_1^2 h_f + \sum_1^2 h_s}$$

7.3- Campo de aplicação



$$H_1 + H_m = H_2 + H_{P_{1,2}}$$

Em geral:

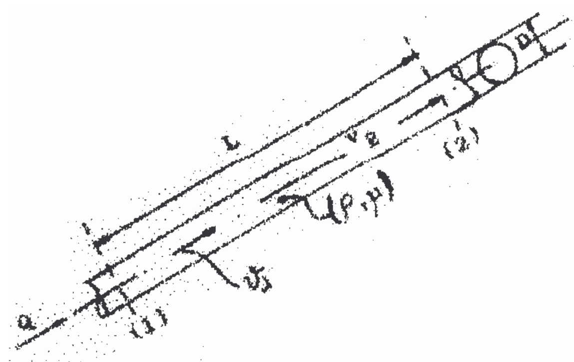
H_1 e H_2 são conhecidos

$H_{P_{1,2}}$ será calculado

H_m é o que se procura

7.4- Estudo da perda de carga distribuída: h_f

a) Introdução



Equação da continuidade

$Q_1 = Q_2$

$v_1A_1 = v_2\,A_2$

Como $A_1 = A_2$, então:

$$\boxed{v_1 = v_2 = v}$$

b) Fórmula da perda de carga distribuída

$$\boxed{h_f = f\,\frac{L}{D}\cdot\frac{v^2}{2g}}$$

f = coeficiente de perda de carga distribuída ou coeficiente de atrito.

$$f = f\left(\frac{\rho v D}{\mu}, \frac{D}{K}\right) \text{ onde } \frac{\rho v D}{\mu} = \text{Re (nº de Reynolds) nº puro}$$

$\frac{D}{K}$: rugosidade relativa (nº puro)

K : rugosidade equivalente

c) <u>Tipos de escoamentos em condutos</u>

c.1) <u>Escoamento laminar:</u> as partículas deslizam umas sobre as outras, não há passagem de partícula fluida de uma camada para outra, ou seja, não há transferência de massa entre as diversas camadas.

c.2) Escoamento tubulento: as partículas tem um movimento desordenado, caótico, as partículas fluídas passam sucessivamente de uma camada para outra, ou seja, são intensas as movimentações transversais das partículas.

$$\left.\begin{array}{llll} Re \leq 2000 & & & : \text{escoamento laminar} \\ 2000 < & Re & < & 4000: \text{escoamento de transição} \\ & Re & \geq & 4000: \text{escoamento tubulento} \end{array}\right\} \quad \textbf{ABNT}$$

$$\boxed{Re = \frac{\rho v D}{\mu}}$$

Obs.1: Para condutos de seção não circular, deve-se substituir D por D_H (diâmetro hidráulico), sendo $D_H = 4\ R_H$

Def: Raio Hidráulico (R_H) $\Rightarrow \boxed{R_H = \frac{A}{P}}$

A = área da seção de escoamento

P = perímetro molhado da seção, onde temos contacto do fluido com parede sólida.

Sendo assim:

Fórmula universal da perda de carga distribuída:

$$\boxed{h_f = f \frac{L}{D_H} \frac{v^2}{2g}}$$

Número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho v D_H}{\mu} = \frac{v D_H}{\nu}$$

Rugosidade relativa equivalente:

D_H/K

Obs. 2: Para condutos forçados cilíndricos (seção circular), sendo $V_{máx}$ a velocidade no eixo do conduto.

2.1] Escoamento Laminar ($Re \leq 2000$) $\Rightarrow v_m = \frac{v_{máx}}{2}$

2.2} Escoamento Turbulento ($Re \geq 4000$) $\Rightarrow v_m = \frac{49}{60} v_{máx}$

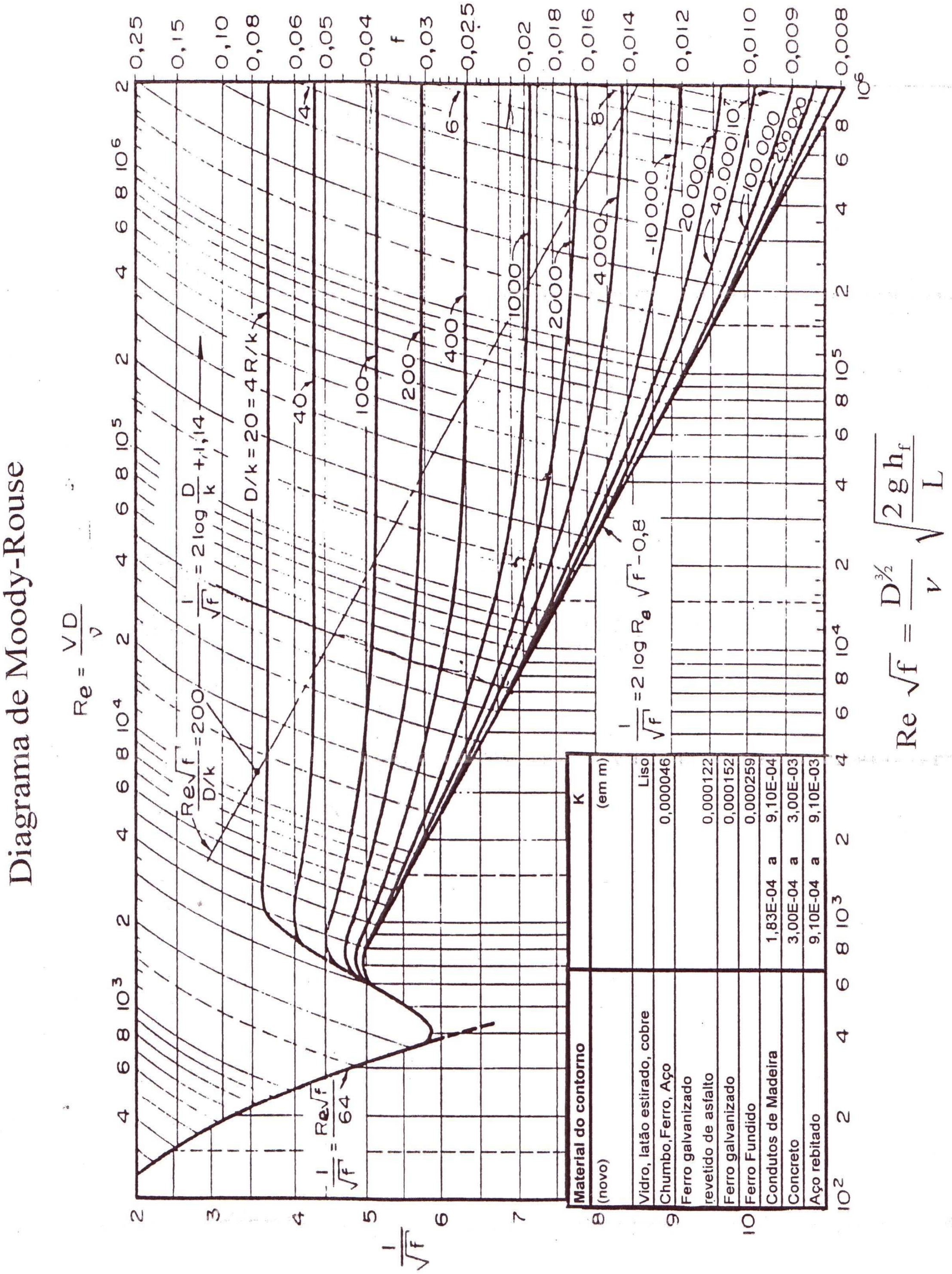


Diagrama de Moody-Rouse
Re = VD/ν
$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2\log\frac{D}{k} + 1{,}14$
D/k = 20 = 4R/k
$\frac{Re\sqrt{f}}{D/k} = 200$
$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{Re\sqrt{f}}{64}$
$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2\log R_e\sqrt{f} - 0{,}8$
$Re\sqrt{f} = \frac{D^{3/2}}{\nu}\sqrt{\frac{2\,g\,h_f}{L}}$
f
$\frac{1}{\sqrt{f}}$
Material do contorno (novo)
K (em m)
Vidro, latão estirado, cobre — Liso
Chumbo,Ferro, Aço — 0,000046
Ferro galvanizado revetido de asfalto — 0,000122
Ferro galvanizado — 0,000152
Ferro Fundido — 0,000259
Condutos de Madeira — 1,83E-04 a 9,10E-04
Concreto — 3,00E-04 a 3,00E-03
Aço rebitado — 9,10E-04 a 9,10E-03

Exercícios:

1 – Um óleo de viscosidade absoluta μ = 0,01 kgf.s/m^2 e peso específico 800 kgf/m^3 escoa através de 100 m de tubo de ferro galvanizado de 10 cm de diâmetro a vazão de 40 ℓ/s.

Qual a perda de carga no tubo? K = 0,000152 m.

$$H_P = h_f + \underbrace{\cancel{h_s}}_{=0}$$

a) Perda de carga distribuída

$$h_f = f\frac{L}{D}\cdot\frac{V^2}{2g}$$

b) Cálculo de Re:

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu}$$

onde:

$$\gamma = \rho \quad g \Rightarrow \quad \rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{80\cancel{0}}{1\cancel{0}}$$

$$\rho = 80\,\text{utm/m}^3$$

$$D = 10\,\text{cm} = 0{,}1 \text{ m}$$

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{4 \text{ x } 10 \text{ x } 10^{-3}}{\pi \text{ x } 10^{-2}}$$

$$\boxed{v = 5{,}1\,\text{m/s}}$$

$$\mu = 10^{-2} \text{ kgf} \cdot \text{s}/m^2$$

Substituindo:

$$Re = \frac{80 \text{ x } 5{,}1 \text{ x } 10^{-1}}{10^{-2}}$$

$$Re = 4080 \Rightarrow \text{Escoamento turbulento}$$

c) Rugosidade relativa $\left(\frac{D}{K}\right)$

$$\frac{D}{K} = \frac{10^{-1}}{15{,}2 \text{ x } 10^{-5}} = 660$$

d)

$$h_f = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} = 0.042 \cdot \frac{100}{0,1} \times \frac{5,1^2}{2 \times 10}$$

$$\boxed{h_f = 54,6\,\text{m}}$$

2 – Por um tubo de comprimento 1000 m e diâmetro 4” escoa óleo mineral de $\rho = 90$ utm/m^3 e $\nu = 10^{-4}$ m^2/s.

Sabendo-se que a vazão é 10 ℓ/s determinar a perda de carga no tubo por metro de comprimento.

$$\text{óleo} \begin{cases} \rho = 90 \text{ utm/m}^3 \\ \nu = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s} \end{cases}$$

$$h_f = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

a) Cálculo de Re

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{vD}{\frac{\mu}{\rho}} = \frac{vD}{\nu}$$

onde:

D = 4” = 10 cm = 10^{-1} m

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{4 \times 10 \times 10^{-3}}{\pi \cdot 10^{-2}}$$

$$V = 1,27\ \text{m/s}$$

Substituindo:

$$Re = \frac{1,27 \times 10^{-1}}{10^{-4}}$$

$$Re = 1270 \text{ Escoamento laminar}$$

b) Cálculo de f:

$$f = \frac{64}{Re} = \frac{64}{1270} \quad \therefore \quad f \cong 0,05$$

c) Cálculo de h_f:

$$h_f = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} = 0{,}05 \cdot \frac{1000}{0{,}1} \, x \, \frac{1{,}27^2}{2 \, x \, 10}$$

$$\boxed{h_f = 40{,}2 \, m}$$

$$\frac{h_f}{L} = \frac{40{,}2}{1000} = J \, (\text{perda unitária})$$

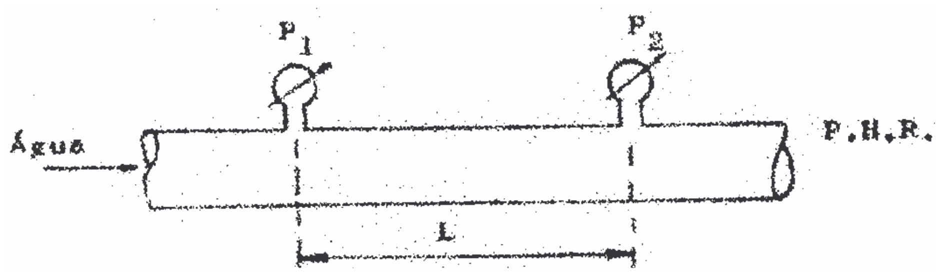
$$\boxed{J = 0{,}0402 \, m/m \;\; \text{tubo}}$$

3 – Calcular a vazão de água num conduto de ferro fundido sendo dados:

D = 10 cm; ν = 0,7 x 10^{-6} m^2/s;

e sabendo-se que dois manômetros instalados a uma distância de 10 metros indicam respectivamente:

1,5 kgf/cm^2 e 1,45 kgf/cm^2 K = 0,000259 m



P_1 = 1,5 x 10^4 kgf/m^2

P_2 = 1,45 x 10^4 kgf/m^2

Bernoulli:

$$H_1 = H_2 + H_{P1,2} \Rightarrow \left(H_{P1,2} = h_f\right)$$

$$Z_1 \overset{0}{+} \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} - \left(Z_2 \overset{0}{+} \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}\right) = h_{f1,2}$$

$$h_f - \frac{P_1 - P_2}{\gamma} + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g}$$

Como: $V_1 = V_2 \Rightarrow h_f = \dfrac{P_1 - P_2}{\gamma} = \dfrac{(1{,}5 - 1{,}45) \, x \, 10^4}{10^3}$

h_f = 0,5 m

$$h_f = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

Incógnitas: V e Q

Cálculo de Re $\sqrt{f}$ (descoberto por Rouse)

$$Re = \frac{VD}{\nu}$$

$$h_f = f \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} \Rightarrow f = \frac{2g\,D\,h_f}{L \cdot V^2}$$

$$\sqrt{f} = \frac{\sqrt{\frac{2g\,D\,h_f}{L}}}{V}$$

$$Re\sqrt{f} \cdot \frac{vD}{V} \cdot \frac{1}{V}\sqrt{\frac{2g\,D\,h_f}{L}} = \frac{D}{\nu} \cdot \sqrt{\frac{2g\,D\,h_f}{L}}$$

$$Re\sqrt{f} = \frac{10^{-1}}{0{,}7 \times 10^{-6}} \cdot \sqrt{\frac{20 \times 10^{-1} \times 0{,}5}{10}} =$$

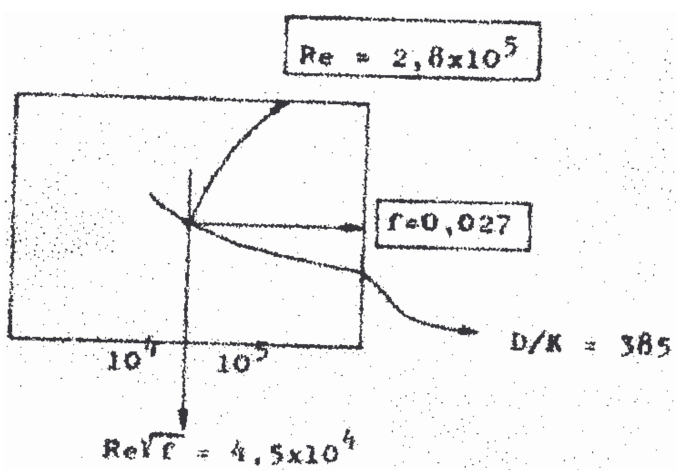
$$Re\sqrt{f} = 4{,}5 \times 10^4$$

Cálculo de $\frac{D}{K}$

$$\frac{D}{K} = \frac{10^{-1}}{25{,}9 \times 10^{-5}} \quad \therefore \quad \frac{D}{K} = 385$$

Diagrama de Moody-Rouse

Re = 2,8 x 10^5



Cálculo de V e Q

$$Re = \frac{VD}{\nu} \Rightarrow V = \frac{Re\,\nu}{D} = \frac{2{,}8 \times 10^{5} \cdot 0{,}7 \times 10^{-6}}{10^{-1}}$$

$$\boxed{V = 1{,}96\ m/s}$$

$$Q = V \cdot A = V\frac{\pi D^2}{4} = 1{,}96\frac{3{,}14 \times 0{,}01}{10^{-1}}$$

$$Q = 15{,}3 \times 10^{-3}\ m^3/s$$

$$\boxed{Q = 15{,}3\ \ell/s}$$

ou

$$h_f = f\frac{L}{D}\cdot\frac{V^2}{2g}$$

$$V^2 = \frac{2g\,D\,h_f}{f \cdot L}$$

$$V = \sqrt{\frac{20 \times 10^{-1} \times 0{,}5}{0{,}027 \times 10}}$$

$$\boxed{V = 1{,}92\ m/s}$$

$$Q = V \cdot A = 1{,}92 \cdot \frac{\pi \cdot 10^{-2}}{4}$$

$$\boxed{Q = 15{,}1 \times 10^{-3}\ m^3/s = 15{,}1\ \ell/s}$$

1º Tipo

Conhecidos: V(Q); $\rho(\gamma)$; $\mu(\nu)$; L; K

Incógnita: h_f

$$\left.\begin{array}{l} Re = \dfrac{vD}{\nu} = \dfrac{vD}{\mu} \\ \dfrac{D}{K} \end{array}\right\} \quad \text{Diagrama M. R} \Rightarrow f \Rightarrow h_f$$

2º Tipo

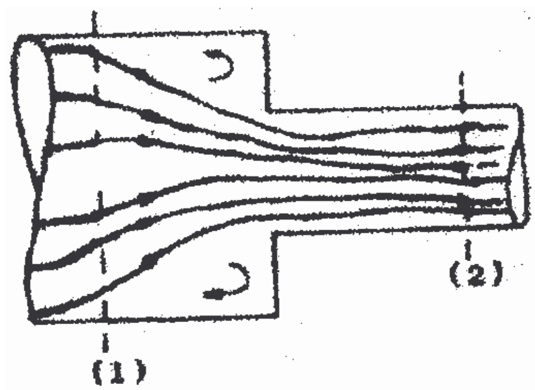
Conhecidos: h_f; D; $\rho(\gamma)$; $\mu(\nu)$; L; K

Incógnitas: v e Q

$$\begin{tikzcd}
Re\sqrt{f} \arrow[dr] & & Re \arrow[dr] & \\
& \text{Diagrama de Moody Rouse} \arrow[ur] \arrow[dr] & & v \text{ e } Q \\
\frac{D}{K} \arrow[ur] & & f \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

7.5- Estudo da Perda de carga singular: hs

a) Generalidades



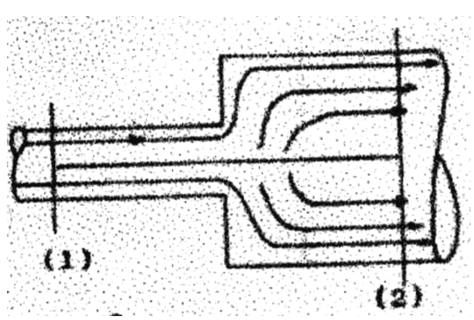
b) Fórmula universal da perda de carga singular

$$\boxed{h_s = K_s \frac{v^2}{2g}}$$

K_s: Coeficiente de perda de carga singular

Valores de K_s

- Alargamento brusco da seção

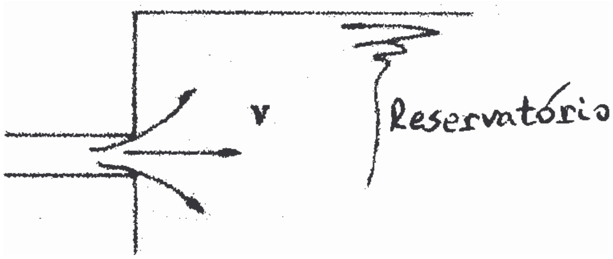


$$h_s = K_s \frac{v_1^2}{2g}$$

onde:

$$K_s = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

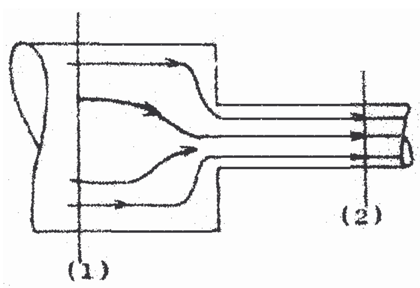
Caso particular: saída de conduto



$$K_s = 1$$

$$\therefore h_s = \frac{v^2}{2g}$$

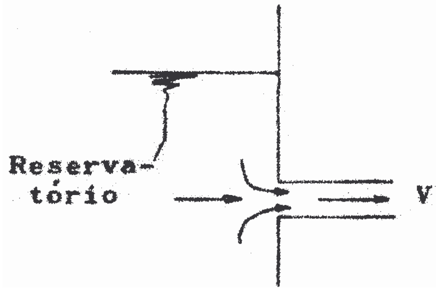
- Estreitamento brusco de seção



$$h_s = K_s \cdot \frac{v_2^2}{2g}$$

$$K_s = f\left(\frac{A_2}{A_1}\right)$$

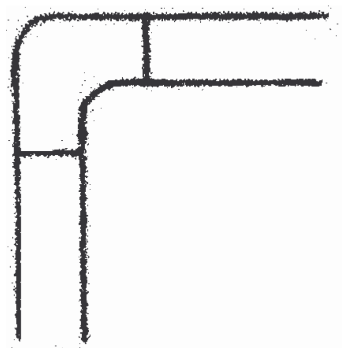
Caso particular: entrada de conduto



$$K_s = 0,5$$

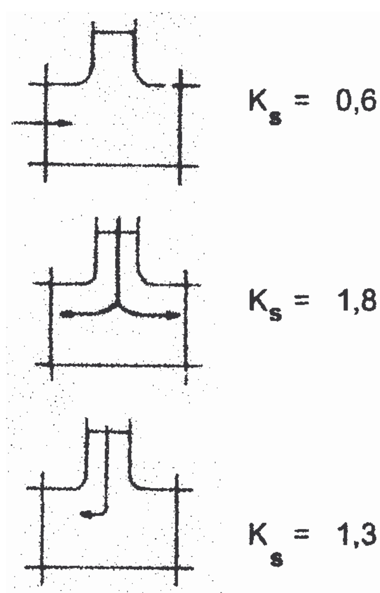
$$h_s = 0,5\frac{v^2}{2g}$$

- Cotovelos (90º)



K_s = 0,9 a 1,0

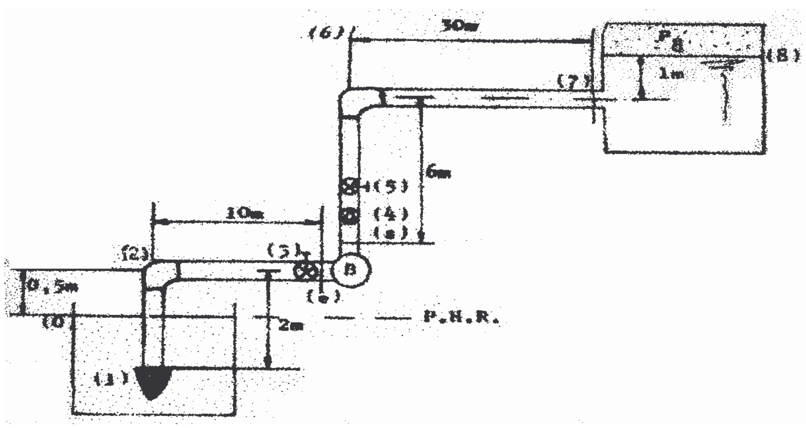
- Cotovelos (45º) ⇒ K_s = 0,6 a 0,75
- Registro gaveta ⇒ K_s = 0,2
- Registro globo ⇒ K_s = 10,00
- Válvula de pé com crivo ⇒ K_s = 15,0
- Válvula de Retenção ⇒ $K_s = \begin{cases} 0,5 \\ 2,3 \end{cases}$
- Tês



7.6- Instalações de Recalque

Sendo a pressão P_8 mantida constantemente igual a 5,43 kgf/cm^2 determinar a potência da bomba se o seu rendimento for 0,7 e a pressão à entrada da mesma, se a vazão for 40 ℓ/s.

Indicaremos por índice S o que se refere a sucção por índice R o que se refere ao recalque.



P_B = 5,43 kgf/cm^2 = 5,43 x 10^4 kgf/m^2

K = 0,15 x 10^{-3} m

$K_{s_1} = 15$

$K_{s_2} = K_{s_6} = 0{,}9$

$K_{s_3} = k_{s_5} = 10$

$K_{s_4} = 0{,}5$

$K_{s_7} = 1$

D_s = 15 cm = 0,15 m

D_R = 10 cm = 0,1 m

γ = 1000 kgf/m^3

ν = 10^{-6} m^2/s

Q = 40 ℓ/s = 4 x 10^{-2} m^3/s

a) Determinação de N_B:

a.1) Introdução

$$N_B = \frac{\gamma Q H_B}{\eta_B}$$

a.2) Determinação de H_B : Bernoulli (0) – (8)

$$H_0 + H_B = H_8 + H_{P_{0,8}} \Rightarrow H_B = H_8 - H_0 + H_{P_{0,8}}$$

$$H_0 = \cancel{Z_0}^{\,0} + \cancel{\frac{P_0}{\gamma}}^{\,0} + \cancel{\frac{V_0^2}{2g}}^{\,0} \therefore \boxed{H_0 = 0}$$

$$H_8 = Z_8 + \frac{P_8}{\gamma} + \frac{V_8^2}{2g} = 7{,}5 + \frac{5{,}43 \times 10^4}{10^3} + 0$$

$$\boxed{H_8 = 61{,}8\ \text{m}}$$

$$H_{P_{0,8}} = H_{P_{0,e}} + H_{P_{S,8}} = H_{P_s} + H_{P_R}$$

Sucção

$$H_{P_s} = h_{f_s} + h_{s_s}$$

$$h_{f_s} = f_S \cdot \frac{L_S}{D_S} \cdot \frac{v_S^2}{2g}$$

$$\begin{cases} L_S = 2 + 10 = 12\ \text{m} \\ D_S = 0{,}15\ \text{m} \end{cases}$$

$$V_S = \frac{Q}{A_s} = \frac{4Q}{\pi D_S^2} = \frac{16 \times 10^{-2}}{\pi\,(0{,}15)^2}$$

$$\boxed{V_S = 2{,}26\ \text{m/s}}$$

Cálculo de Re:

$$Re = \frac{V_S D_S}{\nu} = \frac{2{,}26 \times 0{,}15}{10^{-6}} \quad \therefore \quad \boxed{Re = 3{,}4 \times 10^5}$$

Turbulento

$$\frac{D_S}{K} = \frac{0{,}15}{0{,}15 \times 10^{-3}} = 1000$$

Moody Rouse $\Rightarrow$ $\boxed{f_S = 0{,}021}$

$$\therefore\ hf_s = 0{,}021 \cdot \frac{12}{0{,}15} \cdot \frac{2{,}26^2}{2 \times 10}$$

$$\boxed{hf_s = 0{,}4\ \text{m}}$$

$$h_{s_s} = \sum K_S \frac{v_S^2}{2g} = \left(K_{S_1} + K_{S_2} + K_{S_3}\right)\frac{v_S^2}{2g}$$

$$h_{s_s} = (15 + 0{,}9 + 10)\frac{2{,}26^2}{2 \times 10}$$

$$\boxed{h_{s_s} = 6{,}6\ \text{m}}$$

$$H_{P_S} = h_{f_S} + h_{s_S} = 0{,}4 + 6{,}6$$

$$\boxed{H_{P_S} = 7\ \text{m}}$$

Recalque:

$$H_{P_R} = h_{f_R} + h_{s_R}$$

$$h_{f_R} = f_R \cdot \frac{L_R}{D_R} \cdot \frac{v_R^2}{2g} \quad \begin{cases} L_R = 6 + 30 = 36\ \text{m} \\ D_R = 0{,}1\ \text{m} \end{cases}$$

$$V_R = \frac{Q}{A_R} = \frac{4Q}{\pi D_R^2} = \frac{16 \text{x} 10^{-2}}{\pi (0{,}1)^2}$$

$$\boxed{V_R = 5{,}1\ \text{m/s}}$$

Cálculo de Re:

$$Re = \frac{v_r D_R}{\nu} = \frac{5{,}1\ \text{x}\ 0{,}1}{10^{-6}}$$

$$\boxed{Re = 5{,}1\ \text{x}\ 10^5}$$

$$\frac{D_R}{k} = \frac{0{,}1}{0{,}15\ \text{x}\ 10^{-3}} \ \therefore\ \frac{D_R}{k} = 666$$

Moody-Rouse: f = 0,023

$$h_{f_R} = 0{,}023\ \text{x}\ \frac{36}{0{,}1} \cdot \frac{5{,}1^2}{2 \times 10}$$

$$\boxed{h_{f_R} = 10{,}8\ \text{m}}$$

$$h_{S_R} = \sum K_S \frac{v_R^2}{2g} = \left(K_{S_4} + K_{S_5} + K_{S_6} + K_{S_7}\right)\frac{v_R^2}{2g}$$

$$h_{S_R} = (0{,}5 + 10 + 0{,}9 + 1) \cdot \frac{5{,}1^2}{2 \times 10}$$

$$\boxed{h_{S_R} = 16{,}1\ \text{m}}$$

$$H_{P_R} = 10{,}8 + 16{,}1 \ \therefore\ \boxed{H_{P_R} = 26{,}9\ \text{m}}$$

$$H_{P_{0,8}} = H_{P_S} + H_{P_R} = 7 + 26{,}9$$

$$\boxed{H_{P_{0,8}} = 33{,}9\ \text{m}}$$

Substituindo em H_B fica:

$$H_B = H_8 - H_o + H_{p_{0,8}} = 61{,}8 - 0 + 33{,}9$$

$$\boxed{H_B = 95{,}7\ \text{m}}$$

a) $\therefore\ N_B = \dfrac{\gamma Q H_B}{\eta_B} = \dfrac{10^3 \cdot 4 \times 10^{-2} \cdot 95{,}7}{75 \times 0{,}7}$

$$\boxed{N_B = 73\ \text{C. V.}}$$

b) Determinação de P_e

Equação de Bernoulli (0) e (e)

$$H_0 = H_e + H_{P_{0,e}}$$

$$Z_0 + \frac{P_0}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2g} = Z_e + \frac{P_e}{\gamma} + \frac{v_e^2}{2g} + H_{P_s}$$

$$\frac{P_e}{\gamma} = -Z_e - \frac{v_S^2}{2g} - H_{P_s} = -0{,}5 - \frac{2{,}26^2}{2 \times 10} - 7$$

$$\frac{P_e}{\gamma} = -7{,}755\ \text{m}\ \therefore\ \frac{P_e}{1000} = -7{,}755$$

$$\boxed{P_e = -7755 \quad \text{kgf/m}^2}$$

$$\boxed{P_{e_{(abs)}} = -7755 + 10330 = 2575\ \ kgf/m^2\ \ (abs)}$$

$$P_{e_{(abs)}} = 0{,}2575\ \text{kgf/cm}^2 \quad \text{(abs)}$$

Observação Importante:

Cavitação – É o fenômeno da ebulição a pressões reduzidas à temperatura ambiente, em tubulações ou máquinas hidráulicas.

Denomina-se pressão de vapor do líquido, à temperatura do escoamento, a pressão ocorre a ebulição.

Condição para que não ocorra a cavitação.

$$\boxed{P_{e_{abs}} > P_v}$$

ÁGUA

t(ºC)	0	10	20	30	50	100
(kgf/cm^2 (abs)	0,0063	0,125	0,0236	0,0429	0,125	1,033

A cavitação é prejudicial pois as bolhas de vapor alcançando pontos de maior pressão condensam bruscamente com grande liberação de energia e um desgaste particular devido à agitação e choque das partículas do líquido sobre as paredes sólidas.

Com isso poderemos ter um desgaste parcial ou total das pás do rotor da máquina e conseqüentemente diminuição do rendimento.

Voltando ao problema:

P_v = 0,0236 Kgf/cm^2(abs) → água 20ºC

No caso

$$P_{e_{(abs)}} = 0{,}2575\ \text{kgf/cm}^2\ \text{(abs)} > \text{P}_\text{v} = 0{,}0236\ \text{kgf/cm}^2\ \text{(abs)}$$

Logo, não haverá cavitação.

Esta condição é necessária mas não suficiente, pois por detalhes construtivos poderá ocorrer cavitação no interior da própria máquina. Na prática, estabelece-se um índice mais forte para assegurar que não haja cavitação → NPSH.

7.7- Comprimento Equivalente (Le) ou Virtual (Lv)

É o comprimento fictício de conduto que, colocado no lugar da singularidade, produziria uma perda de carga distribuída igual à perda singular da singularidade. Logo:

$$h_f = h_s \Rightarrow f\frac{L_e}{D_H}\frac{v^2}{2g} = Ks\frac{v^2}{2g}$$

$$\therefore \boxed{L_e = Ks\frac{D_H}{f}}$$

Obs: Na prática, há tabelas ou nomogramas que dão o valor de Le em função do diâmetro D para cada tipo de singularidade

Vantagem de Le no cálculo da perda de carga total (H_p):

$$\boxed{H_p = f \frac{L_T}{D_H} \frac{v^2}{2g}}$$

Capítulo 8

Equação da Quantidade de Movimento para Regime Permanente

8.1- Impulso e Quantidade de Movimento

Pela 2ª Lei de Newton: $F = m \cdot a$. Como $a = \dfrac{V_2 - V_1}{t}$:

$$F = m \cdot \frac{V_2 - V_1}{t} \quad \therefore \quad \boxed{F \cdot t = m \cdot (V_2 - V_1)}$$

"O impulso da força exercida sobre a corrente fluida é igual à variação da quantidade de movimento".

Pode-se escrever:

$F = \dfrac{m}{t}(V_2 - V_1)$. Como $\dfrac{m}{t} = Qm$:

$$F = Qm(V_2 - V_1)$$

Pelo Princípio da Ação e Reação:

$$R = -F \Rightarrow \boxed{R = Qm(V_1 - V_2)} \qquad \text{(E.Q.M)}$$

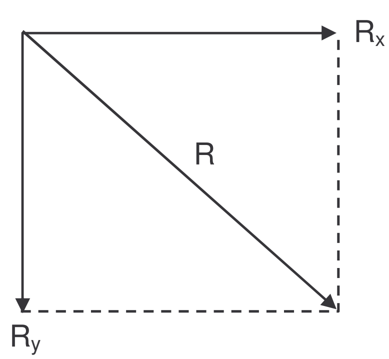
"A força de reação exercida pela corrente fluida sobre a estrutura sólida é igual à variação com o tempo da quantidade de movimento".

Vetorialmente:

$$\boxed{\vec{R} = Qm\,(\vec{V_1} - \vec{V_2})}$$

Se quisermos as componentes de R na direção de 2 eixos cartesianos x e y:

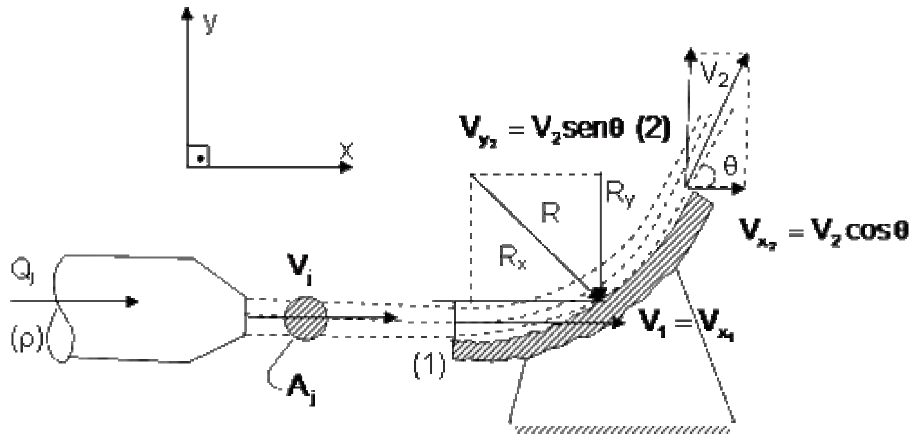
$$\boxed{Rx = Qm\,(V_{x1} - V_{x2})} \quad \text{e} \quad \boxed{Ry = Qm\,(V_{y1} - V_{y2})}$$



Logo:

$$\boxed{R = \sqrt{Rx^2 + Ry^2}}$$

8.2- Força de Reação Exercida por um Jato Fluido sobre uma Superfície Curva (Pá) Fixa



Hipótese: O escoamento ao longo da pá é sem atrito, logo a velocidade permanecerá constante em módulo.

Logo: $\underline{V_1 = V_2 = V_j}$

- Cálculo de Rx

$Rx = Q_m\ (V_{x1} - V_{x2})$
$Rx = Q_m\ (V_1 - V_2 \cos\theta)$

Como $V_1 = V_2 = V_j$:
$Rx = Q_m\ (V_j - V_j \cos\theta)$ $\therefore$ $\boxed{Rx = Q_m\ .\ V_j\ (1 - \cos\theta)}$

Como $Q_m = \rho\ .\ Q_j = \rho\ .\ A_j\ .\ V_j$:

$\boxed{Rx = \rho\ A_j\ .\ V_j^2 .\ (1 - \cos\theta)}$

- Cálculo de Ry

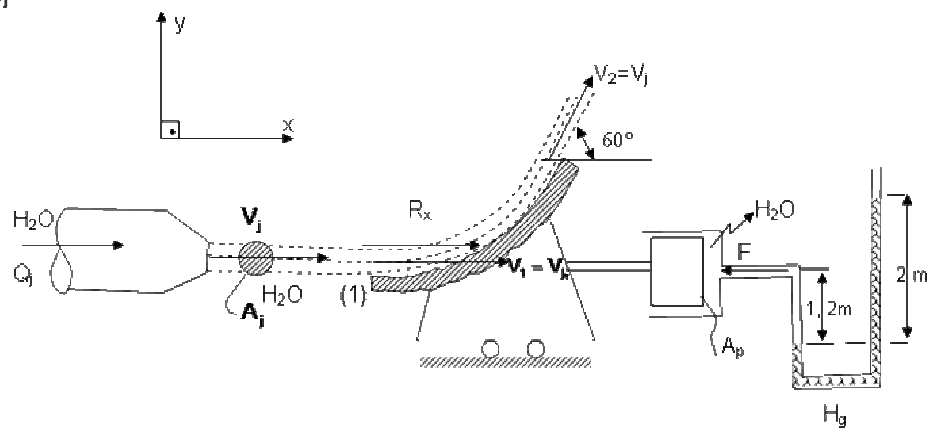
$Ry = Q_m\ (V_{y1} - V_{y2})$
$Ry = Q_m\ (\cancel{V_1}^{0} - V_2 \cos\theta)$

Como: $V_2 = V_j$ $\therefore$ $\boxed{Ry = -\ Q_m\ .\ V_j\ sen\ \theta}$

Como $Q_m = \rho\ .\ Q_j = \rho\ .\ A_j\ .\ V_j$:
$Ry = -\ \rho\ .\ A_j\ .\ V_j^2\ sen\ \theta$

Logo: $\boxed{R = \sqrt{Rx^2 + Ry^2}}$

<u>Exercícios</u>:
Ex.1 Q_j = ?



A_j = 520 cm^2; A_p = 20 cm^2
γ_{H_2O} = 120 = 1000 kgf/m^3
γHg = 13600 kgf/m^3
θ = 60°; g = 10 m/s^2
Sistema em Equilíbrio

$$\sum Fx = 0 \Rightarrow Rx = F$$

$$\rho \cdot A_j V_j^2 (1-\cos\theta) = F \Rightarrow V_j^2 = \frac{F}{\rho A_j (1-\cos\theta)}$$

$$\therefore \quad V_j = \sqrt{\frac{F}{\rho A_j (1-\cos\theta)}}$$

cos θ = cos 60° = 0,5
A_j = 520 cm^2 = 0,0520 m^2

$$\gamma = \rho \cdot g \Rightarrow \rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{1000 kgf/m^3}{10 m/s^2} \Rightarrow \rho = 100 \frac{kgf/s^2}{m^4}\left(\frac{utm}{m^3}\right)$$

0+ 13600 x 2 – 1000x2 = p
Logo:

$$p = 2600 \text{ kgf/m}^2 = \frac{26000}{10000}\frac{kgf}{cm^2} \qquad \therefore \qquad p = 2{,}6 \text{ kgf/cm}^2$$

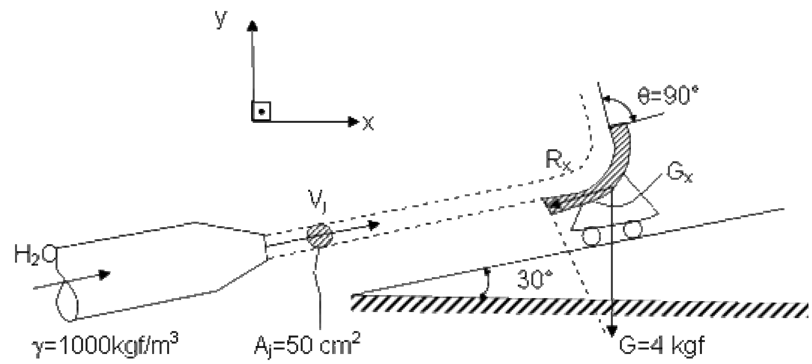
F= p . Ap = 2,6 x 20 $\therefore$ F = 52 kgf

Substituindo

$$V_j = \sqrt{\frac{52}{100x0{,}0520x(1-0{,}5)}} \quad \therefore \quad V_j = \sqrt{20} \Rightarrow V_j = 4{,}47 \text{ m/s}$$

Mas
$Q_j = V_j$ x A_j = 4,47 m/s x 0,0520 m^2 $\therefore$ $\boxed{Q_j = 0{,}233 \text{ m}^3/s}$

Ex. 2: V_j = ? *Sistema em Equilíbrio*



$$\sum Fx = 0 \Rightarrow Rx = Gx$$

$$\rho A_j \cdot V_j^2 (1 - \cos\theta) = Gx$$

$$V_j = \sqrt{\frac{Gx}{\rho A_j (1 - \cos\theta)}}$$

$$\cos\theta = \cos 90° = 0$$

$$A_j = 50\ cm^2 = 0{,}0050\ cm^2$$

$$\rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{1000}{10} = 100\ utm/m^3$$

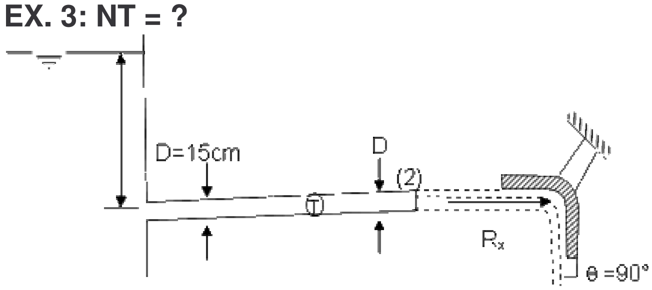
$$sen\alpha = \frac{Gx}{G} \Rightarrow Gx = G\ sen\alpha$$

$$Gx = 4x0{,}5 \Rightarrow Gx = 2\ kgf$$

Logo:

$$V_j = \sqrt{\frac{2}{100x0{,}0050x(1-0)}} \quad \therefore \quad \boxed{V_j = 2m/s}$$

EX. 3: NT = ?



Obs:

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi x (0{,}15)^2}{4} =$$

$$\therefore\ A = 0{,}0176\ m^2 = Aj$$

$$\gamma = \rho g = 100x10$$

$$\therefore\ \gamma = 1000\ kgf/m^3$$

Reservatório de grandes dimensões
Empuxo horizontal sobre a pá : 100 kgf
ρ= 100 utm/m^3; η_T = 70%; g = 10 m/s^2
A perda de carga na tubulação é desprezível.

$Rx = \rho \,.\, A_j \,.\, V_j^2 \,.\, (1 - \cos\theta) = 100$ kgf
Como $\theta = 90° \Rightarrow \cos\theta = 0$:

$$V_j = \sqrt{\frac{100}{100 \cdot 0{,}0176}} = 7{,}537 m/s = v$$

$$Q = V \cdot A \Rightarrow Q = 7{,}537x0{,}0176$$

$$Q = 0{,}132\, m^3/s$$

$$H_1 = H_T = H_2 + H_{P1,2}^{\;0} \Rightarrow H_T = H_1 - H_2$$

$$H_T = (Z_1 + \cancelto{=0}{\frac{p_1}{\gamma}} + \cancelto{=0}{\frac{v_1^2}{29}}) - (Z_2 + \cancelto{=0}{\frac{p_2}{\gamma}} + \frac{v_2^2}{29}$$

$$H_T = 30 - \left(0 - \frac{7{,}537^2}{2x10}\right)$$

$$H_T\, 27{,}159m$$

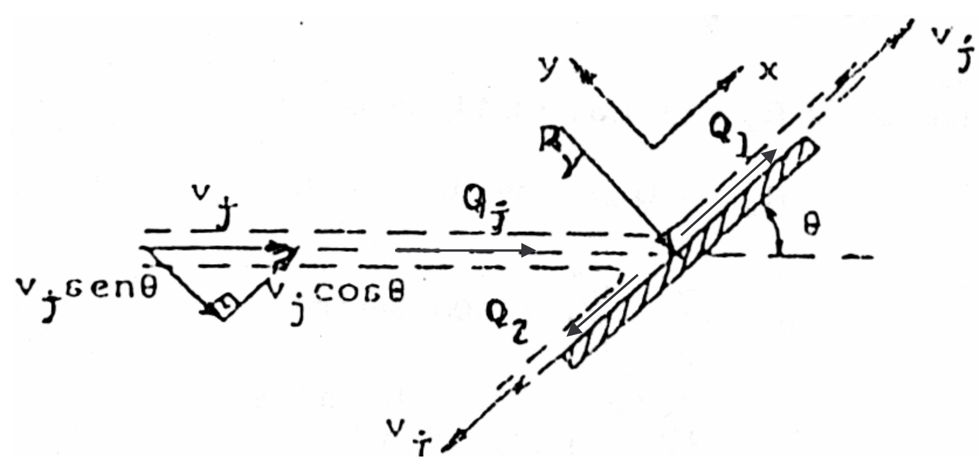
$$N_T = N \cdot \eta_T = \gamma Q H_T \eta_T$$

$$N_T = 1000x0{,}132x27{,}16x0{,}7$$

$$N_T = 2509{,}584 \text{ kgf m/s}$$

$$\boxed{N_T = \frac{2509{,}584}{75} = 35{,}5c.v.}$$

8.3- Força de Reação Exercida por um Jato Fluido sobre uma Superfície Plana (Placa) Fixa



Hipótese 1:
Considerando o escoamento sem atrito, não há perdas de energia e a velocidade permanecerá constante em módulo:

$\underline{V_1 = V_2 = V_j}$

Hipótese 2:
A placa é absolutamente lisa, logo não haverá força tangencial a ela $\Rightarrow$ $\underline{Rx = 0}$.
Com isso o fluxo da quantidade de movimento de entrada será igual ao fluxo da quantidade de movimento de saída. Logo:

$$Q_m \cancel{V_j} \cos\theta = Q_{m1} \cancel{V_j} - Q_{m2} \cancel{V_j}$$
$$Q_m \cos\theta = Q_{m1} - Q_{m2}$$
$$\cancel{\rho} Q_j . \cos\theta = \cancel{\rho} Q_1 - \cancel{\rho} Q_2$$
$$Q_j . \cos\theta = Q_1 - Q_2 \qquad (1)$$

Pela Equação de Continuidade

$$Q_j = Q_1 + Q_2 \qquad (2)$$

(2) + (1):

$$Q_j + Q_j \cos\theta = Q_1 + \cancel{Q_2}) + (Q_1 - \cancel{Q_2})$$

$$Q_j (1+\cos\theta) = 2\, Q_1 \Rightarrow \boxed{Q_1 = \frac{Q_j}{2}(1+\cos\theta)}$$

$$\text{Analogamente} \Rightarrow \boxed{Q_2 = \frac{Q_j}{2}(1-\cos\theta)}$$

Cálculo de Ry:

$$\boxed{Ry = - Q_m V_j \operatorname{sen}\theta}$$

Como $Q_m = \rho Q_j = \rho A_j . V_j$:

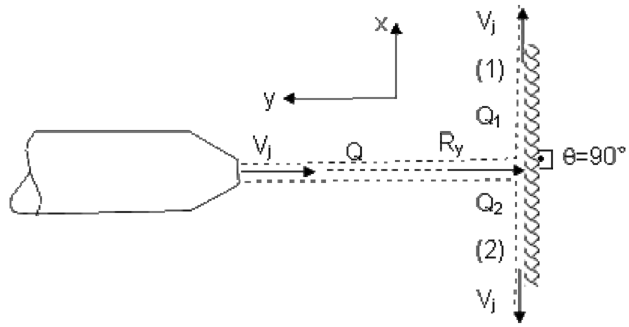
$$\boxed{Ry = - \rho A_j . V_j^2 . \operatorname{sen}\theta}$$

Caso Particular

Obs: *eixo X é na direção da placa*

Jato Perpendicular à placa

$$\theta = 90° \qquad \begin{cases} \cos\theta = 0 \\ \operatorname{sen}\theta = 1 \end{cases}$$



Logo:

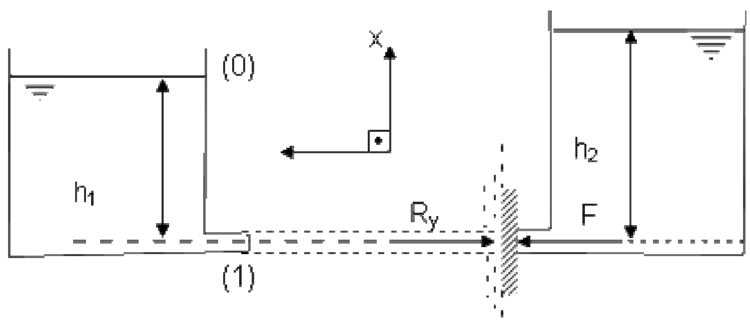
$$Q_1 = Q_2 = \frac{Q_j}{2}$$

só para indicar que tem sentido contrário a y, no exercício entra em módulo

$Ry = -Q_m\ V_j = -\rho\ .\ A_j .\ V_j^2$

Ex. 4:

A água contida no tanque (1) é descarregada sem atrito. O jato incide sobre uma placa de grandes dimensões que cobre a saída do bocal do tanque (2). Os bocais são iguais. Se h_2 for conhecido determinar h_1, tal que a força do jato seja suficiente para anular a resultante das forças horizontais que agem sobre a placa.



ΣF horiz. = 0 $\Rightarrow$ Ry = F

$\rho\ .\ A_j\ .\ V_j^2 = \gamma\ .\ Ab_2$

$$\frac{\cancel{\gamma}}{g} \cdot \cancel{Ab}_1 \cdot V_1^2 = \cancel{\gamma} \cdot h_2 \cdot \cancel{Ab}_2 \quad \therefore \quad V_1^2 = gh_2 \qquad (1)$$

Equação de Bernoulli no trecho (0) – (1):

$$H_0 = H_1$$

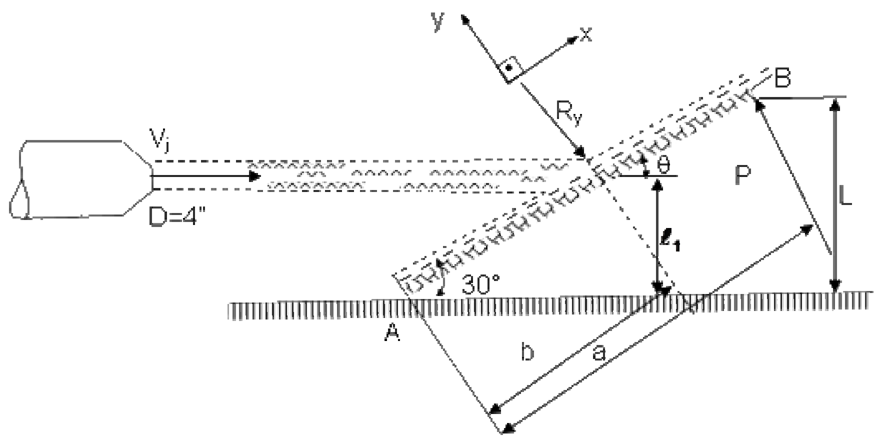
$$\cancel{Z_0}^{h_1} + \frac{\cancel{p_0}^{=0}}{\gamma} + \frac{\cancel{V_0^2}^{=0}}{2g} = \cancel{Z_1}^{0} + \frac{\cancel{p_1}^{=0}}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g}$$

$$h_1 = \frac{V_1^2}{2g} \Rightarrow V_1^2 = 2gh_1 \qquad (1)$$

De (1) e (2)

$gh_2 = 2gh_1 \Rightarrow \boxed{h_1 = \dfrac{h_2}{2}}$

Ex. 5: P = ? *Equilíbrio da porta*



V_j = 20 m/s　　g = 10 m/s^2　　1" = 25,4 mm

$\gamma = 10^3$ kgf/m^3　　$\ell_1 = \dfrac{1}{3}\ell$　　desprezar o peso da porta

$$\Sigma M(A) = 0 \Rightarrow M_P = M\,Ry$$
$$P.a = Ry\,.\,b$$
$$\therefore\ P = Ry\,.\,\frac{b}{a} \qquad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} \text{sen}\,30° &= \frac{\ell}{a} \\ \text{sen}\,30° &= \frac{\ell_1}{b} \end{aligned}\right\} \frac{\ell}{a} = \frac{\ell_1}{b}$$

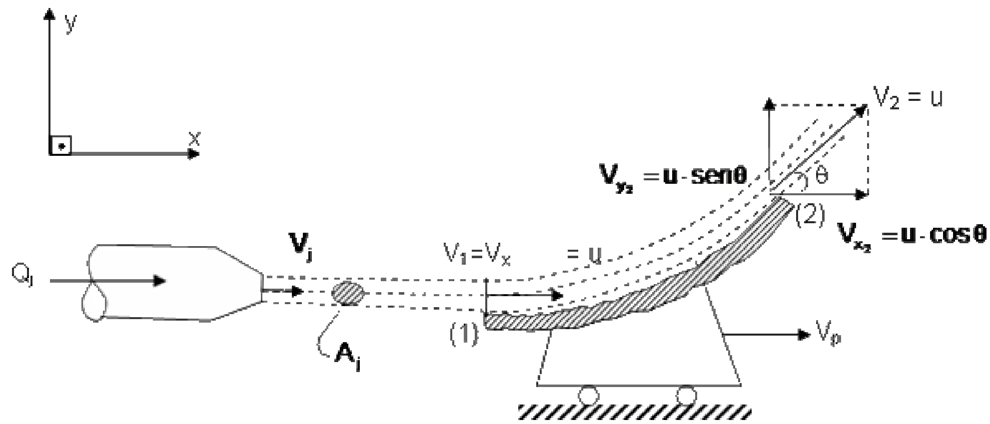
$$\frac{b}{a} = \frac{\ell_1}{\ell} = \frac{1/3\ell}{\ell} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{3} \qquad (2)$$

$$Ry = -Q_m \cdot V_j \cdot \text{sen}\theta$$
$$|Ry| = Q_m \cdot V_j \cdot \text{sen}\theta$$
$$|Ry| = \rho \cdot Q_j \cdot V_j \cdot \text{sen}\theta$$
$$|Ry| = \frac{\gamma}{g} A_j \cdot V_j^2 \cdot \text{sen}\theta$$
$$|Ry| = \frac{10^3}{10} x \frac{\pi x (0{,}1016)^2}{4} x 20^2 x 0{,}5$$
$$|Ry| = 162{,}147\ \text{kgf} \qquad (3)$$

Subt. (2) e (3) em (1):

$$P = 162.15x\frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{P = 54{,}05\ \text{kgf}}$$

8.4- Força de Reação Exercida por um Jato Fluido sobre uma Superfície Curva (Pá) Móvel



Para um observador "montado" na pá:

a) o jato percorre a pá com a chamada velocidade relativa. Considerando o escoamento sem atrito, a mesma permanecerá constante em módulo e será dada por: $\underline{U = V_j - V_p}$.

b) a vazão em massa desviada é a chamada "aparente", pois deverá ser calculada com a velocidade relativa: $\underline{Q_{mu} = \rho \,.\, Q_u = \rho \,.\, A_j \,.\, u}$

<u>Cálculo de Rx</u>

$Rx = Q_m \,.\, (V_{x1} - V_{x2})$

$Rx = Q_{mu} \,.\, (u - u\cos\theta)$

$\boxed{Rx = Q_{mu} \,.\, u.\,(1 - \cos\theta)}$

Como $Q_{mu} = \rho \,.\, Q_u = \rho \,.\, A_j \,.\, u$:

$\boxed{Rx = \rho \,.\, A_j \,.\, u^2 \,.\, (1 - \cos\theta)}$

<u>Cálculo de Ry</u>

$Ry = Q_m \,.\, (V_{y1} - V_{y2})$

$Ry = Q_{mu} \,.\, (0 - u\,sen\,\theta)$

$\boxed{Rx = -Q_{mu} \,.\, u.\,sen\,\theta}$

Como $Q_{mu} = \rho \,.\, Q_u = \rho \,.\, A_j \,.\, u$:

$\boxed{Ry = -\rho \,.\, A_j \,.\, u^2 \,.sen\,\theta}$

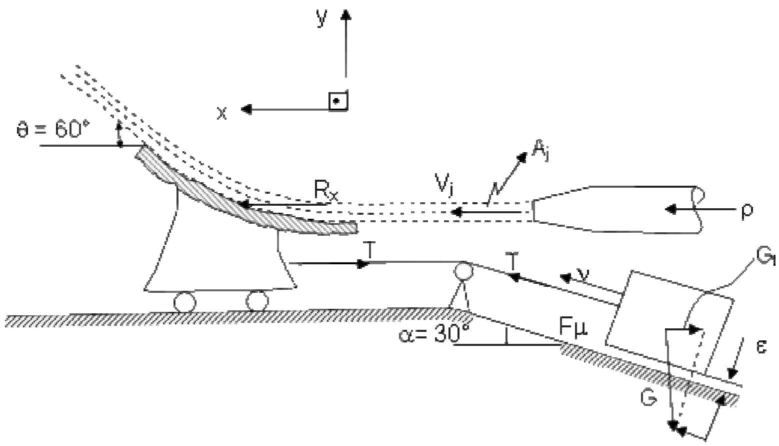
Logo:

$$\boxed{R\sqrt{Rx^2 + Ry^2}}$$

$$sen\alpha = \frac{GT}{G} \Rightarrow GT = Gsen\alpha$$

Ex. 6 V_j = ? ⇒ V = 1m/s

$$\tau = \frac{F\mu}{A} \Rightarrow F\mu = \tau A$$



$$\rho = 100 \ \ utm/m^3; A_j = 10^{-4} m^2; G = 2\,kgf; \ \ A = 10^{-2} m^2$$

$$\mu = 10^{-2}\ kgf \cdot s/m^2; \varepsilon = 10^{-4} m; \alpha = 30°; \theta = 60°$$

Condição MRU da Pá:

$$\sum Fx = 0 \Rightarrow Rx = T$$

$$\rho \cdot A_j \cdot u^2 (1 - \cos\theta) = T$$

Logo:

$$u = \sqrt{\frac{T}{\rho \cdot A_j \cdot (1 - \cos\theta)}} \qquad (1)$$

cos θ = cos 60° = 0,5

Condição MRU do Bloco:

ΣF plano inclinado = 0 → T = GT + Fμ

$$T = G \operatorname{sen} \alpha + \tau \,.\, A$$

$$T = G \operatorname{sen} \alpha + \mu \cdot \frac{V}{\varepsilon} \cdot A$$

$$T = 2x0{,}5 + 10^{-2} x \frac{1}{10^{-4}} \cdot 10^{-2}$$

$$\therefore \ \ T = 2\,kgf \qquad (2)$$

Subs. (2) em (1)

$$u = \sqrt{\frac{2}{100 \cdot 10^{-4} \cdot (1 - 0{,}5)}}$$

$$u = \sqrt{400} \Rightarrow u = 20\ m/s$$

Sabe - se que :

$$u = V_j - V_p \Rightarrow V_j = u + V_p$$

Como V_p = V = 1 m/s:

∴ $\boxed{V_j = 21\ m/s}$